

EL EFECTO DE LA PRESIÓN DEL PLASMA EN TURBULENCIA EN STELLARATORS

JOSÉ ÁNGEL CAPITÁN GARCÍA

Alumno de Trabajo de Fin de Máster (Máster interuniversitario en Física nuclear). CENTRO DE INVESTIGACIONES ENERGÉTICAS, MEDIOAMBIENTALES Y TECNOLÓGICAS (CIEMAT), Y UAM.



FUSIÓN NUCLEAR

La fusión nuclear es un proceso en el que principalmente núcleos ligeros se unen para constituir uno más pesado, generando una considerable cantidad de energía que en el futuro se podría utilizar comercialmente. Entre todas las reacciones nucleares viables entre isótopos de hidrógeno, la que presenta mayor sección eficaz a menor temperatura es la que tiene deuterio (D) y tritio (T) como reactivos y ^4He y un neutrón como productos. Para facilitar la fusión, la fuerza nuclear fuerte entre los nucleones debe superar la repulsión electrostática, para lo que la temperatura de la mezcla se debe incrementar. A los valores típicos que se requieren, del orden de 10 a 100 keV, prácticamente todos los átomos de la mezcla se encuentran ionizados, constituyendo entonces un gas completamente ionizado que denominamos *plasma*. Al estar formado de partículas cargadas, una manera de confinar dicho plasma es a través de la aplicación de campos magnéticos.

Los dos principales dispositivos basados en este confinamiento magnético son los *tokamaks* y los *stellarators*. Ambos tienen geometría toroidal, y la mayor diferencia es que mientras que los *tokamaks* crean el campo magnético confinante combinando bobinas externas y grandes corrientes de plasma, los *stellarators* solo requieren las bobinas. El *stellarator* más avanzado a día de hoy es Wendelstein 7-X (W7-X), que se opera en el Max Planck Institute for Plasma Physics (Greifswald, Alemania). Gran parte del análisis de la investigación se orienta hacia este dispositivo. Una segunda configuración, que también será tratada, se ha desarrollado recientemente en CIEMAT con múltiples mejoras con respecto a W7-X, conocida como CIEMAT-QI [1].

LA RELEVANCIA DEL TRANSPORTE TURBULENTO EN STELLARATORS

El movimiento de una partícula cargada en un campo magnético homogéneo con líneas de campo rectas determinado por la fuerza de Lorentz describe una hélice

alrededor de las líneas de campo llamada giro-movimiento (vid. **figura 1**). Sin embargo, en campos magnéticos inhomogéneos con curvatura, como los de los *stellarators*, dicho movimiento presenta «derivas» (*drifts*), que junto con las colisiones de Coulomb constituyen el *transporte neoclásico*. En *stellarators*, este tipo de transporte tradicionalmente ha generado pérdidas muy grandes, por lo que se ha buscado reducirlas optimizando las configuraciones magnéticas. Wendelstein 7-X es el primer gran *stellarator* optimizado para el *transporte neoclásico*. Según se ha ido reduciendo dicho transporte, las pérdidas por calor y partículas relacionadas con las fluctuaciones de los campos electromagnéticos del plasma, conocidas como *pérdidas turbulentas*, se han vuelto dominantes. Es por esto que entender la turbulencia y su transporte

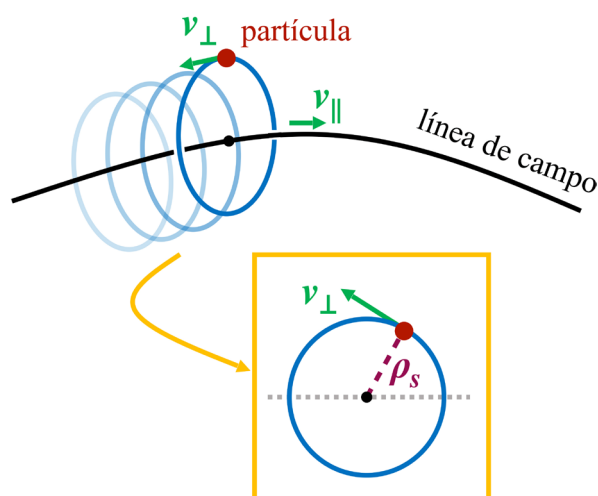


Figura 1. Trayectoria helicoidal de una partícula a lo largo de la línea de campo. Se representan también las componentes perpendicular $\perp$ y paralela $\parallel$ de la velocidad v y el radio de Larmor ρ_s de la partícula, de especie s (electrón o ion).

es, hoy día, un tema de investigación fundamental para avanzar en la reducción de este nuevo tipo de pérdidas.

EQUILIBRIOMAGNÉTICOYCANTIDADES FÍSICAS RELEVANTES

En fusión por confinamiento magnético, el campo magnético confinante **B** cumple la ecuación magnetohidrodinámica ideal (MHD) [2],

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla p, \quad (1)$$

donde **j** y *p* son la corriente total y la presión del plasma, respectivamente. Esta ecuación indica que el plasma se puede confinar por un campo magnético si la presión del plasma (dcha.) se compensa con la presión magnética (izda.). La razón de estos dos términos define la presión normalizada del plasma, denotada como β y expresada como $\beta = p/(B^2/(2\mu_0))$, donde μ_0 es la permeabilidad del vacío. La media de β sobre el volumen del plasma, un parámetro clave en esta investigación, se denota como $\langle\beta\rangle$.

Proyectando la ec. (1) en **B** se obtiene que las líneas del campo magnético, paralelas a **B**, se apoyan en superficies de *p* constante. No hay componente de **B** perpendicular a estas superficies, conocidas como *superficies de flujo*, que se identifican y distinguen por cantidades que son constantes en ellas. Sobre estas superficies se define un sistema de coordenadas (*x*, *y*, *z*) a partir, entre otras cantidades, de las coordenadas angulares θ (dirección poloidal o corta) y ζ (dirección toroidal o *larga*).

Otras variables relevantes son los parámetros del plasma. En concreto, la densidad n_s de cada especie *s*, que puede ser electrones (*e*) o iones (*i*). A partir de esta, el gradiente normalizado de densidad de cada especie queda definido como $a/L_{n_s} \sim \partial_r(\log(n_s))$.

Se compararán entre sí dos configuraciones magnéticas: la high mirror (KJM) de W7-X y la CIEMAT-QI [1], considerando simulaciones en los regímenes lineal y no lineal de inestabilidad y turbulencia relacionadas con las fluctuaciones colectivas de la densidad y la turbulencia electrostática.

MARCO TEÓRICO GIROCINÉTICO

La extendida teoría girocinética ha sido un marco adecuado en el estudio de la turbulencia en plasmas de fusión. En esencia, esta teoría tiene en cuenta el movimiento de giro de las partículas cargadas en presencia de un campo magnético fuerte a través de su promedio, ya que el movimiento de giro es mucho más rápido que la evolución característica de las fluctuaciones de interés. Sin embargo, este formalismo mantiene el efecto de un radio de Larmor finito, describiendo el sistema de partículas como un conjunto de anillos cargados más que de partículas cargadas. Además, permite ejecutar simulaciones numéricas en tiempos y recursos computacionales razonables.

Como se ha expuesto, un plasma magnetizado está compuesto por partículas de diferentes especies, cada cual caracterizada por una posición y una velocidad en presencia del campo magnético **B**. Estas partículas se describen colectivamente a través de una función de

distribución f_s , que se descompone en su componente neoclásica, que varía en tiempos y distancias grandes, y turbulenta (f^{tb}), que varía en tiempos y distancias más cortos. Alrededor de esta última se orienta el análisis de la investigación.

Debido a la separación de escalas entre las direcciones paralela y perpendicular a la línea de campo y al *ordering* asumido, se puede realizar una expansión en Fourier de tanto la componente turbulenta del primer orden de expansión de f_s , f_{s1}^{tb} , como de la componente turbulenta del potencial electrostático (potencial definido como $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ donde **E** es el campo eléctrico), ϕ^{tb} . Esto da lugar a los modos correspondientes en el sistema de coordenadas elegido: k_x y k_y .

El desarrollo matemático de estos conceptos conduce a un sistema de ecuaciones para el plasma conocido como el sistema de ecuaciones girocinéticas [3, 4, 5], que se resuelve mediante un código llamado Stella [6], empleado en esta investigación.

Por un lado, en las simulaciones en el régimen lineal, el código Stella expande la amplitud de Fourier de la componente turbulenta del potencial electrostático, ϕ^{tb} , en un espacio de frecuencias *w*. A cada amplitud ϕ^{tb} le corresponde una frecuencia cuya parte imaginaria, γ , la tasa de crecimiento, es un parámetro clave en la investigación. El código calcula la amplitud $|\phi|^2$ entre pasos de integración consecutivos obteniendo así el valor de γ , que indica el crecimiento del potencial. Por tanto, a mayor γ se espera menor estabilidad en el plasma.

Por otro lado, especialmente para analizar los resultados de las simulaciones en el régimen no lineal, se definen los flujos turbulentos de calor, Q_s , y de partículas, Γ_s , que cuantifican la tasa a la que la energía y las partículas se desconfinan, respectivamente. Así, a mayores flujos turbulentos Q_s y Γ_s se espera también menor estabilidad en el plasma.

TRAPPED ELECTRON MODES (TEM) Y EL IMPACTO DE $\langle\beta\rangle$

Al orden más bajo, las partículas se mueven siguiendo las líneas de campo magnético. Se considera una partícula con un determinado momento magnético y energía cinética $\mathcal{E}_k = 1/2mv_{\parallel}^2 + \mu B$, donde *m* es su masa, $v_{\parallel}$ la velocidad paralela a la línea de campo y $|\mathbf{B}| = B$. La conservación de sendos sumandos de $\mathcal{E}_k$ implica que la velocidad paralela de la partícula decrecerá según se acerque a regiones de alto campo magnético, y finalmente se anulará cuando $1/2mv_{\parallel}^2 + \mu B < \mu B_{\max}$ para un cierto $B = B_{\max}$ en esa línea de campo. Así, la partícula quedaría atrapada oscilando entre dos puntos, l_{b1} y l_{b2} . A partir de esta trayectoria se define la segunda invariante adiabática *J*, que se relaciona con la integral de línea de la trayectoria de la partícula entre los dos puntos de atrapamiento o de rebote como

$$J = 2 \int_{l_{b2}}^{l_{b1}} |v_{\parallel}| dl. \quad (2)$$

Los *stellarators* perfectamente optimizados para el transporte neoclásico, llamados *omnígenos*, cumplen $\partial_{\alpha} J = 0$ (donde α es una cantidad que etiqueta identificativamente las líneas de campo), y todas las órbitas atrapadas se confinan en ausencia de colisiones. Una configuración omnígena cumple la propiedad *maximum-J* si $\partial_{\alpha} J < 0$ en

todo el volumen del plasma (donde r es el radio menor efectivo, definido a partir del flujo magnético toroidal). Basándose en argumentos analíticos, se espera que las configuraciones *maximum-J* sean menos propensas a las inestabilidades gobernadas por gradientes de densidad a/L_n de los conocidos como *trapped electron modes* (TEM). En el tipo de configuraciones estudiadas en esta investigación, se prevé acercarse más a la propiedad *maximum-J* cuanto mayor sea $\langle\beta\rangle$ [7, 8]. Así, se han estudiado en detalle a través de simulaciones numéricas tanto el efecto de $\langle\beta\rangle$ en la estabilidad y el transporte turbulentos como las inestabilidades en TEM gobernados por gradientes de densidad.

[SIM. LIN.] ESTABILIDAD DE TEM GOBERNADOS POR GRADIENTES DE DENSIDAD

Por medio de simulaciones en el régimen lineal que resuelven las ecuaciones girocinéticas se estudia la estabilidad de los TEM gobernados por gradientes de densidad (a/L_n) para las dos configuraciones magnéticas mencionadas: KJM de W7-X y CIEMAT-QI. Los parámetros principales son la presión del plasma normalizada y promediada en volumen, $\langle\beta\rangle$, y el gradiente de densidad, a/L_n . Como los modos k_{xy} más inestables, aquellos con mayor tasa de crecimiento ($\gamma_{\max}$), se localizan típicamente en $k_y=0$, se fija este valor y se ejecuta un barrido en k_y , obteniendo así la tasa de crecimiento, γ , para cada k_y .

A modo de ejemplo ilustrativo, para la configuración KJM en la **figura 2** se representa el espectro en k_y de γ para $\langle\beta\rangle = 2.5\%$ y para varios valores de a/L_n . Se observa

cómo la tasa de crecimiento γ aumenta con el gradiente de densidad a/L_n , y según aumenta a/L_n desplaza su máximo $\gamma_{\max}$ a valores de k_y mayores. El modo k_y más inestable para cada a/L_n es aquel k_y donde se encuentra el valor máximo de γ , $\gamma_{\max}$.

Barrido en a/L_n y $\langle\beta\rangle$ de γ y comparación entre configuraciones

El incremento de $\langle\beta\rangle$ favorece el cumplimiento de la propiedad *maximum-J* [7, 8], por lo que los TEM deberían ser más estables (menor tasa de crecimiento, γ). Este resultado teórico se ha comprobado en simulaciones en el régimen lineal mediante un barrido en $\langle\beta\rangle$ y a/L_n . En la **figura 3** se muestra el γ del modo más inestable, $\gamma_{\max}$, para ambas configuraciones magnéticas y para cada par $(a/L_n, \langle\beta\rangle)$.

Se comprueba que, por un lado, γ para CIEMAT-QI es ligeramente mayor que para W7-X, lo que implica que es una configuración menos estable. Por otro lado, las líneas de contorno muestran que $\gamma_{\max}$ crece con $\langle\beta\rangle$, i.e., la estabilidad disminuye según crece $\langle\beta\rangle$, que es lo opuesto de lo esperado según la propiedad *maximum-J*. Esta tendencia anómala aplica a todos los casos que se han simulado.

Sin embargo, como muestra la **figura 2**, el valor de $\gamma_{\max}$ aparece en un modo k_y diferente para cada par $(a/L_n, \langle\beta\rangle)$, lo cual podría estar influyendo en esta tendencia inesperada. Para comprobarlo, se repitió el análisis fijando valores de k_y (en lugar de elegir aquel para el que $\gamma = \gamma_{\max}$), pero aún así la tendencia se mantuvo: el resultado es general para los parámetros estudiados.

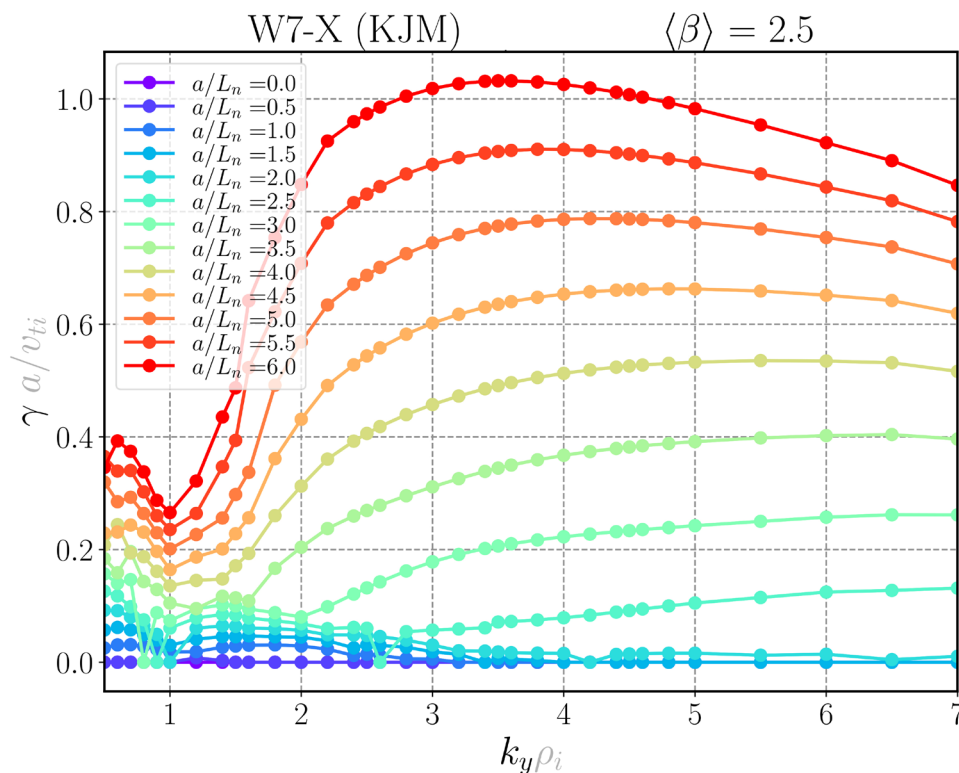


Figura 2. Espectro de la tasa de crecimiento γ para $\langle\beta\rangle=2.5\%$ fijo, varios a/L_n y para la configuración magnética KJM de W7-X. El código Stella realiza una normalización de la tasa de crecimiento γ y del modo k_y , sombreada en gris en los ejes.

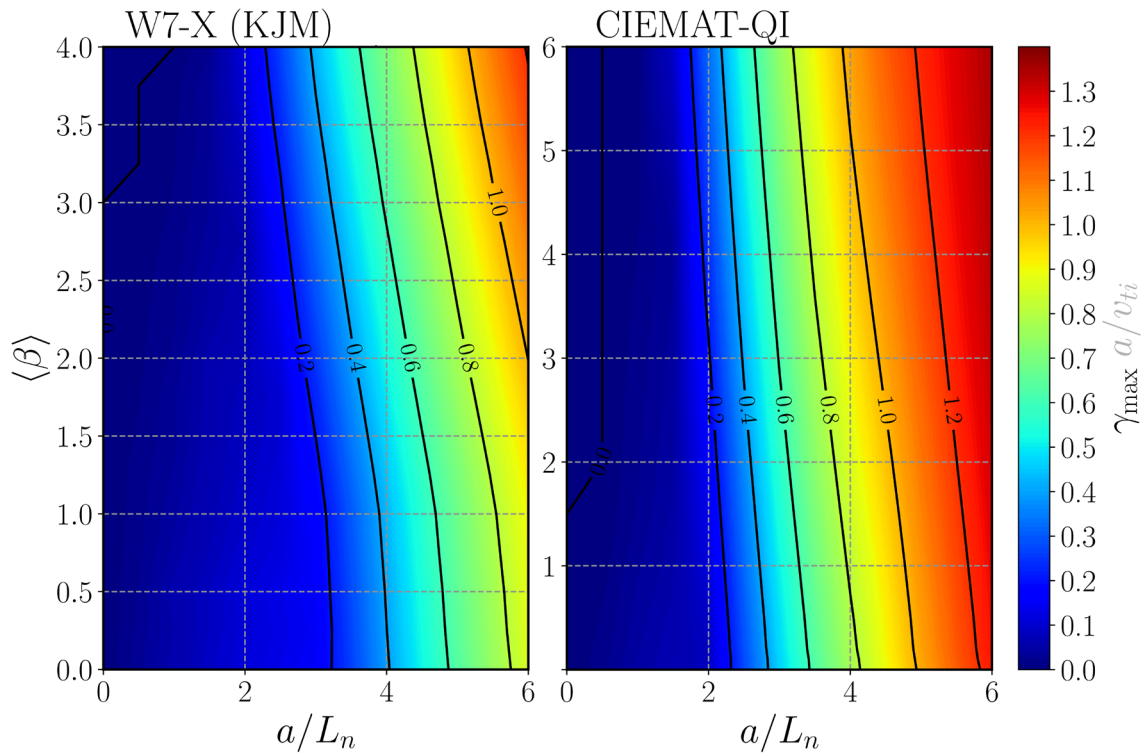


Figura 3. Tasa de crecimiento del modo más inestable, $\gamma_{\max}$, para el barrido en a/L_n y $\langle\beta\rangle$, y para las configuraciones magnéticas *high-mirror* (KJM) de W7-X (a) y CIEMAT-QI (b).

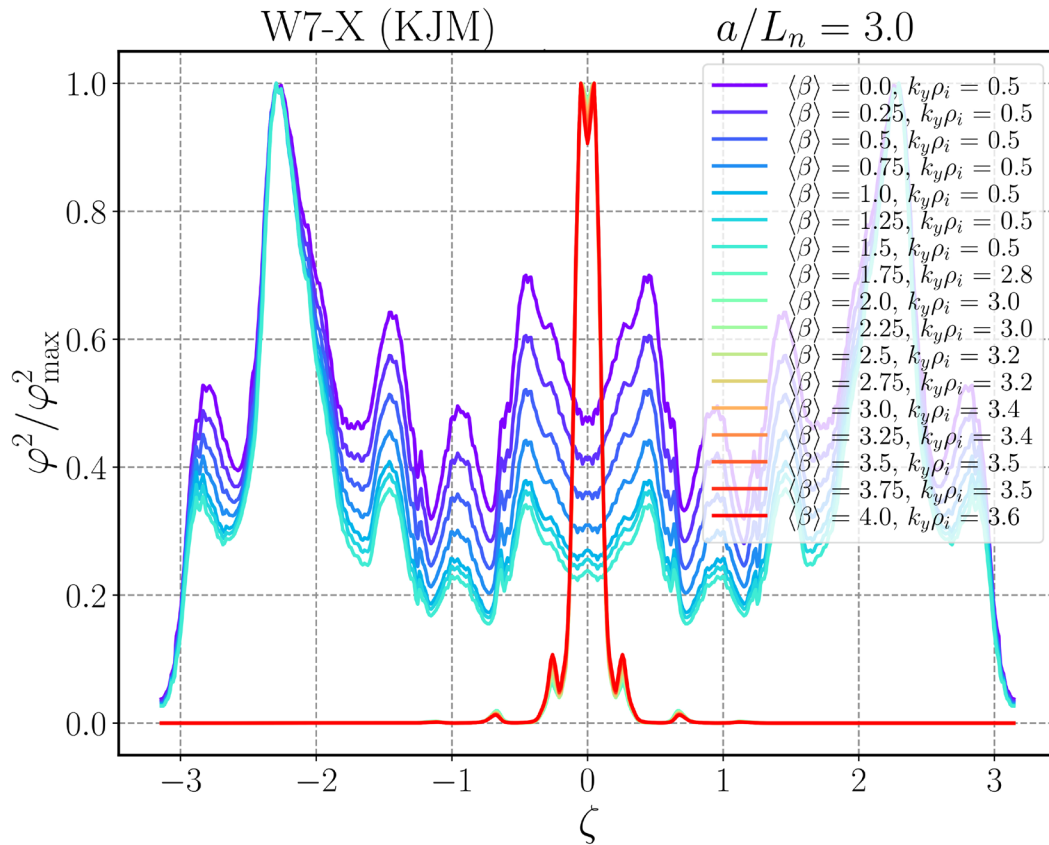


Figura 4. Potencial electrostático φ^2 normalizado en función de la coordenada toroidal ζ a lo largo de la línea de campo para la configuración KJM y $a/L_n = 3.0$ como ejemplo, y varios valores de $\langle\beta\rangle$, acompañados del modo k_y (normalización de Stella: $k_y \rho_i$) donde $\gamma = \gamma_{\max}$.

Barrido en $\langle\beta\rangle$ de ω para el modo con $\gamma = \gamma_{\max}$

Se representa en la **figura 4** el potencial electrostático en función de ζ para un ejemplo de $a/L_n = 3.0$ en la configuración KJM. Se comprueba que la forma del potencial cambia según varía k_y . Se observó que, para ambas configuraciones magnéticas, en $k_y \rho_i > 2.0$ el potencial ϕ^2 presenta principalmente máximos centrales en $\zeta=0$, pero en $k_y \rho_i \in (0.0, 2.0]$ el número de máximos, en general, aumenta a lo largo de ζ .

Esto implica que se pueden dar cambios abruptos en las propiedades de los modos inestables según varía k_y , conocidos como *cambios de modo*. Así, es importante considerar que en la **figura 3** el valor de k_y puede estar cambiando de un punto a otro, por lo que se espera la aparición de cambios de modo. Esto compromete la

correspondencia entre teoría y simulación numérica.

[SIM. NO LIN.] CALOR TURBULENTO Y TRANSPORTE DE PARTÍCULAS

Mientras que las simulaciones en el régimen lineal permiten identificar las principales inestabilidades gobernadas por los gradientes de plasma, las simulaciones en el régimen no lineal se ejecutan para alcanzar una fase turbulenta saturada y obtener así los flujos turbulentos de calor, Q_s , y de partículas, Γ_s . Las simulaciones en el régimen no lineal se han ejecutado para las mismas dos configuraciones magnéticas, KJM de W7-X y CIEMAT-QI, y también para *trapped electron modes* (TEM).

Así, el valor de los flujos se ha obtenido para un barrido en a/L_n y $\langle\beta\rangle$. Como iones y electrones muestran las mismas

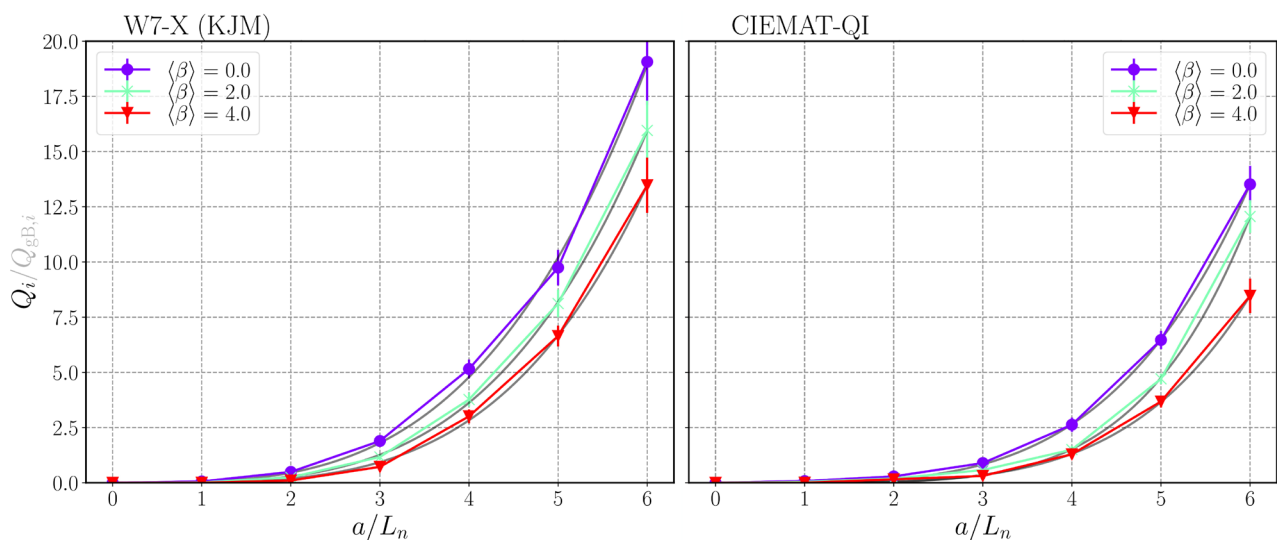


Figura 5. Flujo de calor iónico Q_i en función de a/L_n para diferentes valores de $\langle\beta\rangle$ y para ambas configuraciones magnéticas. Los valores simulados (en símbolos sólidos) se unen con líneas rectas de diferentes colores, y se representa con una línea gris el ajuste de dichos valores a la ec. (3). Los flujos están normalizados por $Q_{gB,i}$, una constante llamada de gyro-Bohm.

propiedades cualitativas, y lo mismo ocurre entre los flujos de calor (Q_s) y de partículas (Γ_s), se representan únicamente los flujos de calor iónicos con fines ilustrativos.

En general, se ha comprobado que el flujo de calor iónico es mayor que el electrónico en ambas configuraciones. Como se observa en la **figura 5**, por un lado, la configuración CIEMAT-QI presenta un menor flujo de calor que la KJM de W7-X, por lo que CIEMAT-QI es una configuración más estable. Por otro lado, el flujo de calor disminuye según $\langle\beta\rangle$ aumenta, por lo que la estabilidad aumenta con $\langle\beta\rangle$. Estas tendencias se mantienen para los flujos de partículas también. Los resultados, entonces, aparentemente contradicen los obtenidos para las simulaciones en el régimen lineal, donde CIEMAT-QI era menos estable, mientras que aquí es más, y la tasa de crecimiento (γ) incrementaba con $\langle\beta\rangle$ (menor estabilidad), mientras que aquí los flujos turbulentos disminuyen (mayor estabilidad).

Para cuantificar las diferencias entre configuraciones, los puntos representados en la **figura 5** se han ajustado a la función

$$\left(\frac{F_s}{F_{gB,s}}\right) = b \left(\frac{a}{L_n}\right)^{\kappa}, \quad (3)$$

donde F representa el flujo tanto de calor como de partículas, y b y κ son los parámetros de ajuste. En general, se ha comprobado que el coeficiente κ oscila entre 4.0 y 5.0. Este es un valor cuyo orden había sido predicho teóricamente, y que se ha comprobado con estas simulaciones.

CONCLUSIONES

En este proyecto el transporte turbulento en *stellarators* ha sido estudiado en el marco de la teoría girocinética. Se han ejecutado simulaciones en los regímenes lineal y no lineal con el código Stella para entender la dependencia de las inestabilidades gobernadas por el gradiente de densidad y las pérdidas turbulentas con la presión normalizada del plasma, $\langle\beta\rangle$. Por un lado, el gradiente de densidad, a/L_n , es una de las principales causas de inestabilidades y turbulencias en TEM. Por otro lado, el aumento de $\langle\beta\rangle$ provoca que la configuración magnética cumpla en mayor grado la propiedad de *maximum-J*, que teóricamente se ha demostrado que estabiliza linealmente los TEM. El estudio se ha realizado para dos configuraciones magnéticas diferentes: la *high-mirror* de W7-X (también conocida como KJM) y la CIEMAT-QI.

Las simulaciones en el régimen lineal se han ejecutado barriendo en k_y , a/L_n y $\langle\beta\rangle$. Por un lado, la comparación entre las configuraciones W7-X y CIEMAT-QI muestra que esta última presenta una tasa de crecimiento (γ) ligeramente mayor, que implica menor estabilidad. Por otro lado, se ha observado que el incremento de $\langle\beta\rangle$ provoca un aumento de γ , que es lo opuesto de lo esperado, ya que a mayor $\langle\beta\rangle$ la propiedad *maximum-J* se satisface en mayor grado, y esto debería implicar una situación más estable (menor γ). Es posible que esta predicción teórica sea difícil de verificar debido a los cambios abruptos en la naturaleza de los modos inestables en el barrido en a/L_n y $\langle\beta\rangle$ según ha mostrado el estudio del modo (k_y) y el potencial electrostático ($\phi^2(\zeta)$) de los modos más inestables. El cambio de modo ha sido explorado a través del módulo del potencial electrostático, ϕ^2 , que cambia de forma a lo largo de la coordenada ζ dependiendo del modo k_y considerado.

Las simulaciones en el régimen no lineal se han ejecutado barriendo en a/L_n y $\langle\beta\rangle$. En los casos estudiados, los flujos iónicos de calor son mayores que los electrónicos. Con respecto a la comparación entre ambas configuraciones, la más cercana a la propiedad *maximum-J*, CIEMAT-QI, presenta menores niveles de turbulencia, es decir, es más estable. Con respecto a la tendencia con $\langle\beta\rangle$, según aumenta, los flujos turbulentos disminuyen (mayor estabilidad). Estos dos hechos aparentemente contradicen los resultados de las simulaciones en el régimen lineal. Por último, el ajuste de los flujos de calor en función de a/L_n sigue una ley de potencias de a/L_n cuyo exponente se encuentra en el rango de 4.0 a 5.0. Estos valores permiten cuantificar las diferencias de los flujos turbulentos entre ambas configuraciones magnéticas, y además se encuentran en acuerdo con la predicción teórica.

Estas aparentes contradicciones, junto con otros muchos curiosos hechos, evidencian y fundamentan el creciente interés por parte de la comunidad científica en Física de plasmas. Es necesario ahondar en el entendimiento del que será en el futuro el combustible de los reactores de

fusión para poder conseguir su correcto confinamiento, y así avanzar hacia esta próxima y muy prometedora fuente de energía que, además, se predice que será extraordinariamente limpia.

AUTORÍA Y AGRADECIMIENTOS

El contenido de este artículo se basa en mi Trabajo de Fin de Máster (Máster interuniversitario en Física nuclear), que ha sido tutorizado por Dr. José Manuel García-Regaña y Prof. Iván Calvo Rubio, miembros del Laboratorio Nacional de Fusión en CIEMAT (Madrid, España), y a quienes agradezco profundamente su guía y ayuda.

REFERENCIAS

- [1] E. Sánchez *et al.*, «A quasi-isodynamic configuration with good confinement of fast ions at low plasma beta», *Nuclear Fusion* 63, 066037 (2023).
- [2] P. Helander y D. J. Sigmar, *Collisional transport in magnetized plasmas*, vol. 4 (Cambridge university press, 2005).
- [3] P. J. Catto, «Linearized gyro-kinetics», *Plasma Physics* 20, 719 (1978).
- [4] F. I. Parra e I. Calvo, «Phase-space Lagrangian derivation of electrostatic gyrokinetics in general geometry», *Plasma Phys. Control. Fusion* 53, 045001 (2011).
- [5] I. Calvo *et al.*, «Stellarators close to quasisymmetry», *Plasma Phys. Control. Fusion* 55, 125014 (2013).
- [6] M. Barnes, F. I. Parra y M. Landreman, «stella: An operator-split, implicit-explicit δf -gyrokinetic code for general magnetic field configurations», *Journal of Computational Physics* 391, 365380 (2019).
- [7] M. N. Rosenbluth, «Low-Frequency Limit of Interchange Instability», *Phys. Fluids* 11, 869872 (1968).
- [8] P. Helander, J. H. E. Proll y G. G. Plunck, «Collisionless microinstabilities in stellarators. I. Analytical theory of trapped-particle modes», *Physics of Plasmas* 20, 122505 (2013). ■