

INTERACCION/ SUELO-ESTRUCTURA

Enrique ALARCON ALVAREZ

En los últimos años la industria nuclear ha actuado como locomotora tecnológica en numerosos aspectos de la ingeniería civil. Entre ellos, uno de los más afectados ha sido el cálculo dinámico de estructuras.

Tradicionalmente relegado al área de la ingeniería mecánica o simplificado a límites de estimación cualitativa, el análisis del comportamiento dinámico ha sufrido el doble impacto de la mejora de métodos, por la aparición del ordenador y de su exigencia como garante de la seguridad, ante la posibilidad de construcciones en áreas de actividad sísmica.

Ambas motivaciones han llevado el cálculo dinámico de estructuras a extremos difícilmente imaginables hace tan sólo quince años, hasta el punto que actualmente se analizan en forma rutinaria problemas con cientos de grados de libertad y propiedades materiales muy complejas.



Enrique ALARCON ALVAREZ es Doctor Ing. de Caminos, Canales y Puertos y Ldo. en Ciencias Físicas. Fue profesor de Estructuras en la ETSICCP de Barcelona y Catedrático de Elasticidad y Resistencia de Materiales en la ETSII de Sevilla. En la actualidad es catedrático de Estructuras en la ETSII de Madrid. Ha desarrollado una amplia labor como Subdirector de Investigación en las

Entre los temas sugeridos por las nuevas necesidades, la interacción dinámica entre la estructura y el terreno que la rodea, ha sido objeto de profunda revisión en los últimos tiempos.

El fenómeno era, ciertamente, conocido, especialmente por los constructores de máquinas alternativas que, rápidamente, experimentaron los primeros fracasos cuando sus cimentaciones no tenían en cuenta la flexibilidad del terreno.

Una magnífica exposición del desarrollo histórico de estos estudios puede verse en la obra, ya clásica, de Richart, Hall y Woods.

Las primeras soluciones fueron obtenidas para una zapata rígida circular y sin peso, soldada a un semiespacio elástico, homogéneo e isotrópico, haciendo además

una hipótesis sobre el reparto de presiones en la interfase (uniforme, parabólica, etc.). Los resultados se expresaban en la forma:

$$u = \frac{P_0}{G \cdot r_0} (f_1 + i f_2) e^{i \alpha t} \quad [1]$$

donde u es la deflexión en el eje de la placa.

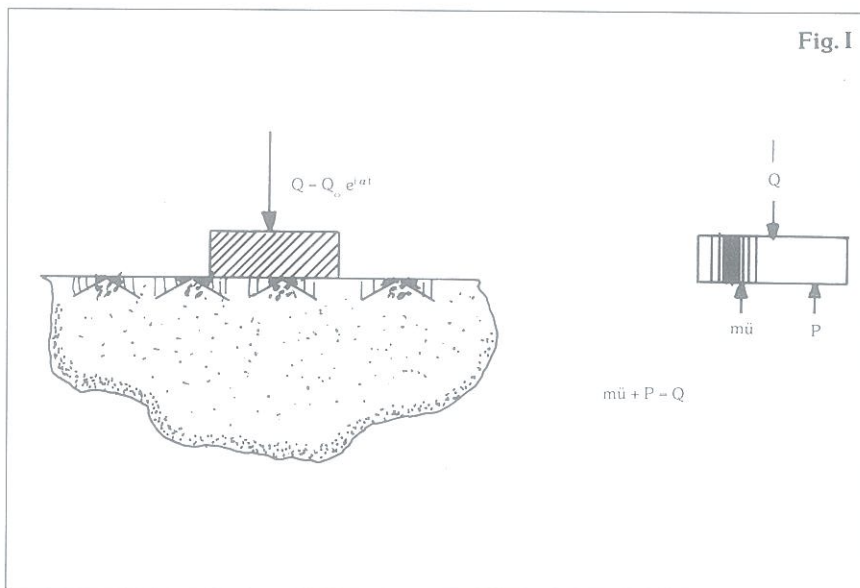
P_0 la resultante de las tensiones de contacto.

G el módulo de rigidez del terreno.

r_0 el radio de la zapata.

f_1 y f_2 funciones dependientes de α , G y ν (coeficiente de Poisson del semiespacio).

Si se establece el equilibrio de la masa que apoya



en el suelo, para el caso vertical, por ejemplo, se obtiene

$$m \ddot{u} + \frac{G \cdot r_0}{f_1^2 + f_2^2} (-i f_2 + f_1) u = Q \quad [2]$$

Una interpretación muy atrayente de [2] se obtiene comparando con la ecuación de un sistema con un grado de libertad

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = Q_0 e^{i \alpha t} \quad [3]$$

con solución

$$x = x_0 e^{i \alpha t}$$

$$x = i \alpha x$$

que, tras ser sustituido en [3], conduce a

$$m \ddot{x} + (i \alpha c + k) x = Q \quad [4]$$

Identificando [2] y [4] se obtienen las características del sistema con un grado de libertad (g. d. l.) equivalente al terreno.

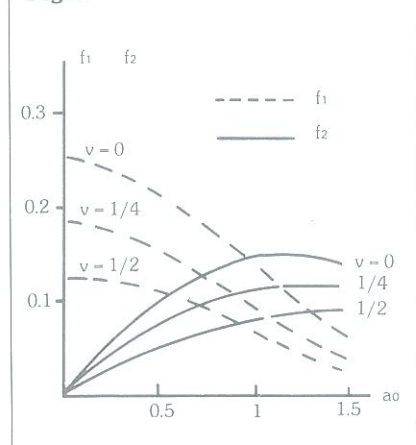
$$c_{eq} = \frac{Gr_0}{\alpha} \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2} \quad [5]$$

$$K_{eq} = Gr_0 \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2}$$

EETSSIII de Sevilla y Madrid, y como Subdirector General de Promoción de la Investigación del Ministerio de Educación y Ciencia. Miembro de distintas Organizaciones y Asociaciones científicas españolas y extranjeras, es autor de una extensa bibliografía en temas de Dinámica, Ingeniería Sísmica, Estructuras y Teoría de la Electricidad.

Esta interpretación de los resultados, propuesta por Hsieh en 1962, permitía la incorporación simple de las propiedades del terreno a las de la estructura, con alguna salvedad. En primer lugar, las funciones f dependen de la frecuencia de excitación (fig. 2), lo que elimina la posibilidad de un estudio en el dominio del tiempo, a menos que se haga alguna hipótesis

Fig. II



simplificadora adicional. Además, los resultados anteriores fueron obtenidos exclusivamente para cimentaciones someras con un grado de empotramiento en el terreno despreciable.

Es notable la existencia de un amortiguamiento equivalente en un material homogéneo, elástico e isótropo. Evidentemente se trata de una propiedad geométrica: la traslación de la energía hacia el infinito mediante las ondas generadas por el cimiento vibrante.

En adición al anterior puede considerarse un amortiguamiento interno del material que en el caso más sencillo se introduce mediante la hipótesis de Voigt,

$$G = G^* + i \alpha G^{**} \quad [6]$$

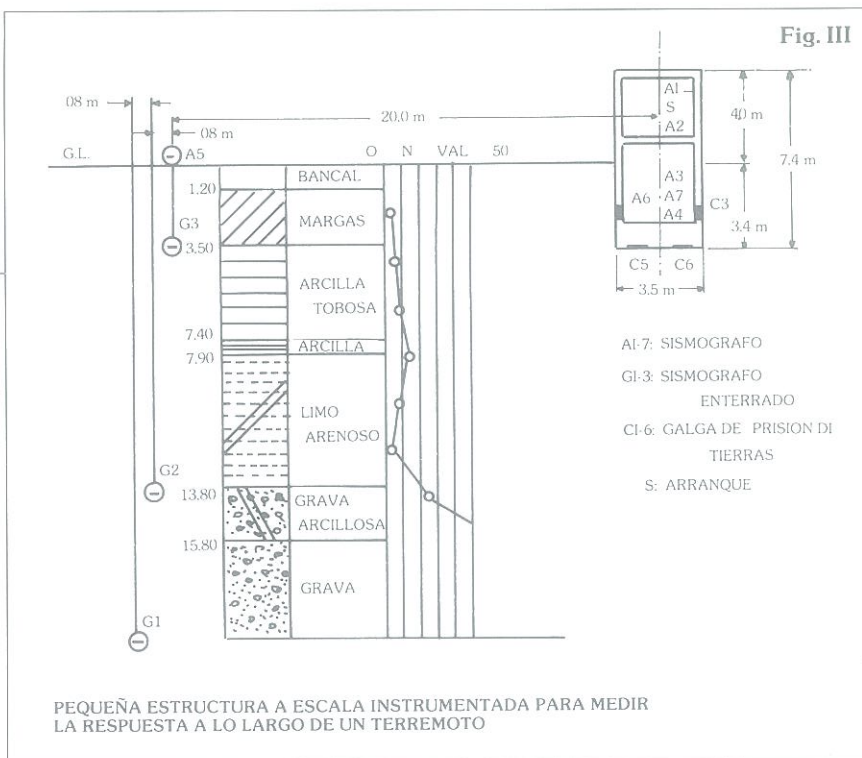
es decir, un módulo de rigidez complejo que es equivalente a las hipótesis de pérdidas de energía por viscosidad cuando se trabaja con vibraciones forzadas.

En general se suele poner:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_L &= \frac{\alpha G^{**}}{G^*} \\ G &= G^* (1 + i \operatorname{tg} \delta_L) \end{aligned} \quad [7]$$

INTERACCION EN EDIFICIOS DE CONTENCIÓN

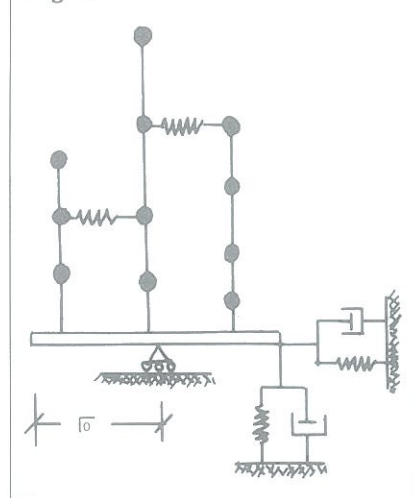
Los primeros intentos de demostrar experimentalmente la existencia del pro-



blema en centrales nucleares fueron realizados en Japón por Akino, Ota y Yamahara (1969) (fig. 3), que pretendían interpretar los resultados obtenidos al instrumentar modelos de edificios de contención. Los registros obtenidos en ensayos forzados con vibradores, así como los resultados de pequeños terremotos reales, indicaban diferencias apreciables del movimiento según la cota de observación, con lo que quedaba planteado el problema de elegir cual debería utilizarse para analizar el modelo matemático de la realidad.

Veletsos y Wei (1971) iniciaron la escuela, de lo que se ha dado en llamar, método de las impedancias, mientras que los partidarios del método de los elementos finitos (vg., Ghost y Wilson (1969)), intentaban los primeros modelos globales del problema.

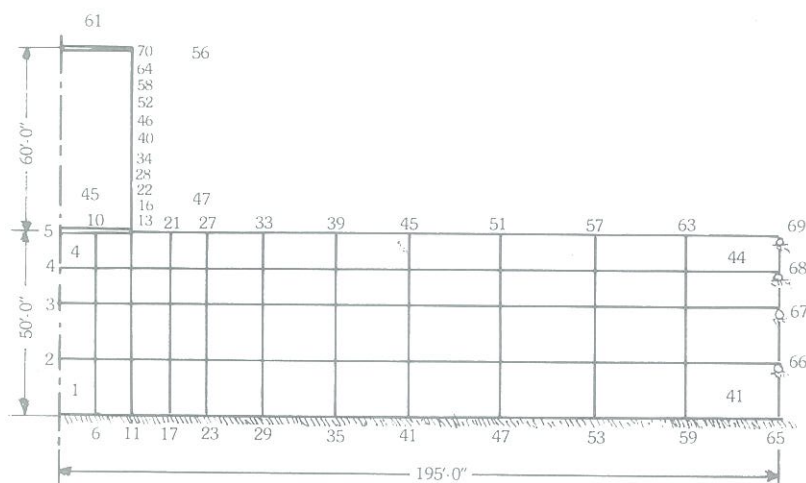
Fig. IV



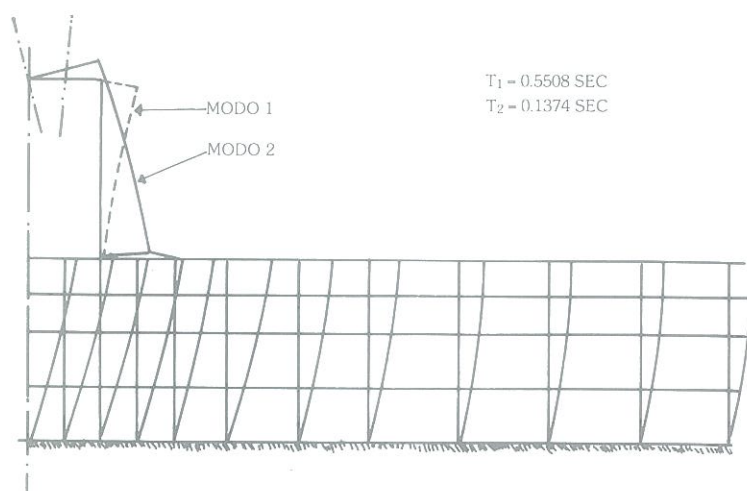
El primer caso es una extensión directa de las ideas expresadas en el apartado anterior. La estructura se sitúa sobre una plaza rígida que modela su cimiento y que está sostenida en muelles y amortiguadores que simulan la influencia del terreno en movimientos vertical, horizontal y de giro. En caso de cimiento no circular, los valores son adaptados mediante factores de corrección relacionados fundamentalmente con el comportamiento estático. Asimismo, un estudio previo de las frecuencias propias de vibración de la estructura en base rígida, permite seleccionar unos valores independientes de la frecuencia y trabajar así, en el dominio del tiempo. Si a estas simplificaciones se suma el hecho de la imposibilidad de modelar terrenos estratificados o estructuras empotradas, se comprende el impulso que han recibido los métodos de elementos finitos.

Estos, a su vez (fig. 5), presentaban numerosos inconvenientes cuando se aplicaban en su forma tradicional. En primer lugar aparece el problema de truncar el dominio en estudio; los contornos rígidos que se introducen provocan la reflexión de las ondas que quedan encerradas en él, alterando por completo la solución real. Además, el truncamiento modal que tan buenos resultados produce en general es aquí engañoso, pues la estructura del terreno predomina sobre la del edificio, con lo que los primeros modos recogen muy mal el comportamiento de la estructura que es el principal objeto de interés. Finalmente, el amortiguamiento tan distinto entre estructura y terreno impedía un tratamiento clásico del tipo «amortiguamiento proporcional». Todo ello impulsó el desarrollo de procedimientos especiales.

Fig. V



MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA EL SISTEMA DE INTERSECCION TERRENO-ESTRUCTURA



MODOS DEL SISTEMA DE INTERACCION

EL METODO DE LYSMER

La parición de la transformada rápida de Fourier, o algoritmo FFT, abrió las puertas al uso del método de respuesta en frecuencia como método competitivo de cálculo. Con ello y teniendo en cuenta las características de los materiales en cuanto a disipación y rigidez es posible realizar un proceso de ajuste que refleje las propiedades no lineales del suelo en forma aproximada. Sustancialmente, se trata de adaptar los valores del módulo de rigidez y del amortiguamiento crítico al valor de la formación experimentada por elemento de suelo, para lo cual se recurre a resultados de laboratorio.

El procedimiento consiste en una deconvolución del registro en superficie a la base rígida de fondo en condiciones libres, esto es, sin estructura. Posteriormente, este movimiento es aplicado a un modelo que contiene la estructura, debiendo comprobarse los resultados en puntos aislados, así como en la base del

empotramiento de la estructura, para asegurar que se cumplen los requisitos de la normativa. El problema, en general, se realiza en un medio plano al que se dota de amortiguadores viscosos normales al mismo, de modo que simulen la radiación de energía correspondiente a los casos tridimensionales. Al mismo tiempo se utiliza la idea de «contornos absorbentes» para reducir el tamaño de la malla en estudio. A este esquema responde fundamentalmente el programa FLUSH que, durante mucho tiempo, ha sido el único disponible que cumplía los requisitos de la NRC.

Diversas alternativas han sido estudiadas y en particular es de destacar un nuevo programa de ordenador, puramente tridimensional, llamado SASSI, y que se basa en la fijación de un «volumen flexible» en el que quede concentrado el cambio de características del suelo al situar sobre él la estructura.

La idea consiste en considerar el problema como suma de dos estados (fig. 6):

en el primero la estructura no existe ni en cuanto a rigidez ni en cuanto a masa. Se procura, sin embargo, utilizar la misma

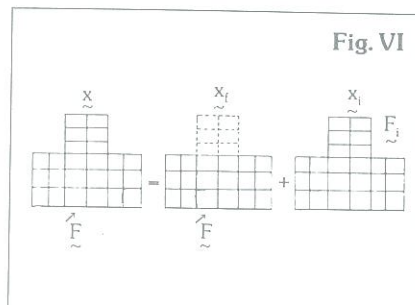


Fig. VI

mallla para hacer aparecer las propiedades correspondientes a la sustitución del terreno por la estructura en la segunda etapa.

La ecuación del movimiento en el caso total es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad [8]$$

mientras que, para el caso de terreno libre se cumple:

$$m_f\ddot{x}_f + c_f\dot{x}_f + k_fx_f = F \quad [9]$$

Obsérvese que m_f y m difieren en el número de elementos (en el primero no existe la parte de estructura exterior al terreno) y en el valor de los nodos comunes. Extendiendo las matrices para que tengan el mismo tamaño en ambos casos y poniendo.

$$x = x_f + x_i \quad [10]$$

donde x_i son los desplazamientos debidos al fenómeno de interacción, [8] se puede escribir en la forma

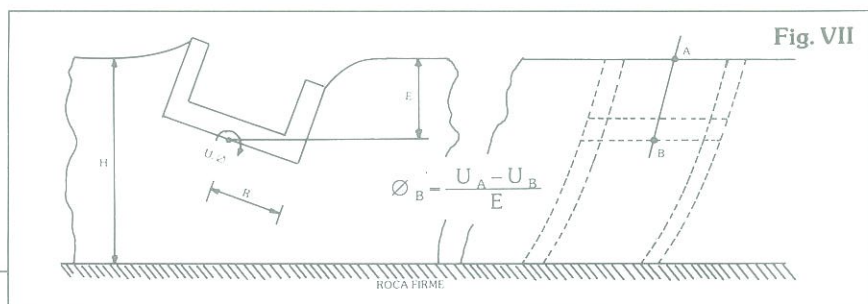
$$m\ddot{x}_i + c\dot{x}_i + kx_i = -(m - m_f)\ddot{x}_f - (c - c_f)\dot{x}_f - (k - k_f)x_f$$

que pone claramente de manifiesto, cómo el problema de interacción queda limitado a la acción de una carga ficticia actuando tan sólo en los nudos de la zona común a suelo y estructura.

EL METODO DE LAS TRES ETAPAS. APLICACION DEL B.-I.-E.-M.

Como una generalización del método de las impedancias se ha establecido el procedimiento citado en el epígrafe, que reduce el problema al estudio separado de otros tres.

En primer lugar, se analiza el movimiento inducido por el terremoto en una



base rígida con la forma y sin la masa de la estructura (fig. 7) para obtener la entrada en etapas posteriores.

En el caso de estructuras someras, el registro es el terremoto esperado, pero al aumentar el empotramiento se inducen giros además de movimientos horizontales.

La segunda etapa es semejante a la descrita en la introducción y consiste en determinar las impedancias del terreno frente a todos los tipos del movimiento cuando una base con la forma de la estructura se encuentra soldada a él.

Finalmente, los movimientos calculados en la primera etapa se aplican a la estructura soportada en los muelles calculados en la segunda, con lo que se termina el problema.

Se han realizado diversos intentos con cada una de las etapas. En particular vamos a concentrarnos aquí en la aplicación a la segunda del método llamado B.-I.-E.-M. (Boundary Integral Equation Method) o método de los elementos de contorno.

La idea corresponde a una descomposición de la impedancia del terreno en la forma:

$$K = K_0(k + ia_0c) \quad [11]$$

donde K_0 es el valor estático y a_0 la frecuencia adimensional del tipo $a_0 = \frac{\gamma_0 \alpha}{c_s}$.

La separación de factores obedece al hecho constatado de que k y c varían poco con el grado de empotramiento por lo que bastaría una curva que diese los valores de k_0 en función de aquel y un juego (k , c) para cimentación somera.

En general, el cálculo de los valores anteriores se ha realizado usando el método de los elementos finitos, lo que implica de nuevo resolver los problemas de absorción de energía a través del contorno de los que hablamos más arriba.

Por nuestra parte, hemos intentado obtener resultados basándonos en un método alternativo que permite eliminar la discretización del dominio y tener en cuenta, de forma automática, el carácter semiinfinito del medio.

Si se designa con $*$ la transformada de Fourier de la variable afectada, es posible escribir una relación de

$$\begin{aligned} \int_{\delta\Omega} \tilde{T}^* \cdot \tilde{u}^* + \rho \int_{\Omega} \tilde{f}^* \cdot \tilde{u}^* = \\ = \int_{\delta\Omega} \tilde{f}^* \cdot \tilde{u}^* + \rho \int_{\Omega} \tilde{f}^* \cdot \tilde{u}^* \end{aligned} \quad [12]$$

donde las primas indican un sistema de cargas y sus correspondientes desplazamientos frente a otro sistema distinto. $\tilde{T}$ es el vector tensión en un punto del contorno de normal, y ρ es la densidad del medio.

Tomando un caso en el que $f = 0$, es decir, un medio sin peso propio y si como sistema (*) se escoge el correspondiente a una solución fundamental, esto es

$$\tilde{f}'(x, t) = \tilde{e} \delta(x - \xi) \quad [13]$$

donde $\tilde{e}$ es un vector unitario y ξ el punto de aplicación de la carga unidad, la ecuación [12] puede reducirse

$$\tilde{u}_p = \int_{\delta\Omega} \tilde{U} \tilde{T} - \int_{\delta\Omega} \tilde{T} \cdot \tilde{u} \quad P \in \Omega \quad [14]$$

donde $\tilde{U}$ y $\tilde{T}$ son los desplazamientos y tensiones producidos por la carga unidad y se han eliminado las estrellas por conveniencia.

Cuando se hace tender P hacia el contorno, el primer miembro de [14] se transforma de acuerdo con el grado de discontinuidad de la tangente, obteniéndose una expresión del tipo $C_F U_K$.

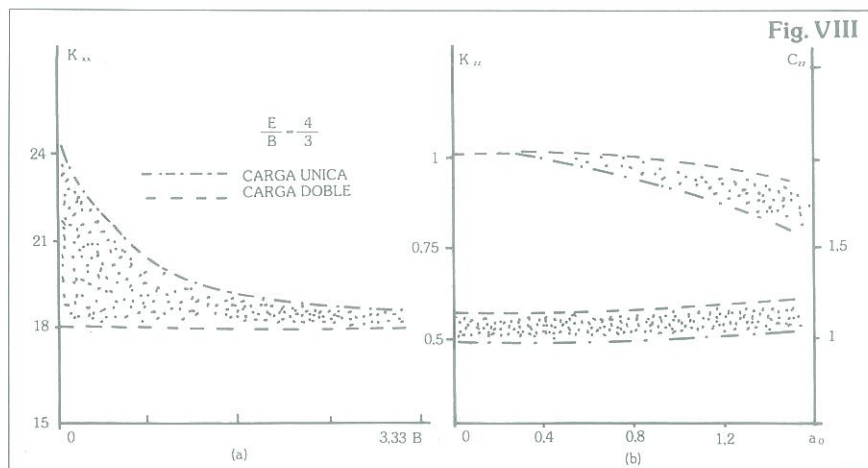
Obsérvese que, en estas condiciones, las únicas variables afectadas por la fórmula de representación corresponden a valores en el contorno del dominio, por lo que proporcionan una elegante forma de resolver el problema tan pronto como se proceda a la discretización de aquél. La filosofía es la misma que la del método de elementos finitos, con la ventaja adicional de que el problema se reduce en una dimensión; esto es, problemas tridimensionales necesitan tan sólo la discretización de su contorno, que es bidimensional.

El resultado final se presenta como un sistema

$$\begin{aligned} C_K U_K + \sum_{sn} \int_{sn} [\tilde{T} N^n |J| d\xi] \tilde{u}^n = \\ = \sum_{sn} \left(\int_{sn} [\tilde{U} N^n |J| d\xi] \tilde{t}^n \right) \end{aligned} \quad [15]$$

donde N son las funciones de interpolación y $|J|$ el jacobiano de la transformación.

En el caso que nos ocupa bastaría discretizar la interfase de contacto



y la superficie del semiespacio. Debido, sin embargo, a las características de la solución fundamental, es posible truncar muy pronto la discretización exterior.

La fig. 8 muestra, por ejemplo, los resultados conseguidos con una cimentación cuadrada.

En [8a] se representan los valores estáticos k_0 en relación con los correspondientes al valor en superficie ($E = c$) para distintos grados de empotramiento, siendo B el semiancho de la zapata. x corresponde a desplazamientos horizontales y 2 a verticales, mientras que ϕ_1 representa giros y ϕ_3 torsiones.

En [8b] se representan los valores de k y c en el caso de desplazamiento horizontal, para que pueda apreciarse su variación con el grado de empotramiento. Como puede verse, las mayores variaciones se producen en c . Para el resto de los movimientos, sin embargo, las diferencias no son tan marcadas.

Una mejora adicional ha sido recientemente propuesta por Domínguez (1981), consistente en el uso simultáneo de dos soluciones fundamentales (método de las imágenes) para reducir o eliminar la necesidad de la discretización exterior a la zapata.

ciat nuclear, s.a.

DELEGACIONES

BARCELONA

Mallorca, 127, 1º
Teléf. 254 41 28

BILBAO-9

Juan Ajurriaguerra, 25, 1º
Teléf. 424 26 05

GIJON

Donato Argüelles, 4, 1º
Teléf. 35 47 62

MEXICO DF

Ejército Nacional, 404, 1º
Teléf. 545 66 00
Telex 1773226

EMPRESA ESPECIALIZADA EN SERVICIOS DE INSPECCION Y CONTROL DE LA CALIDAD EN EL CAMPO NUCLEAR

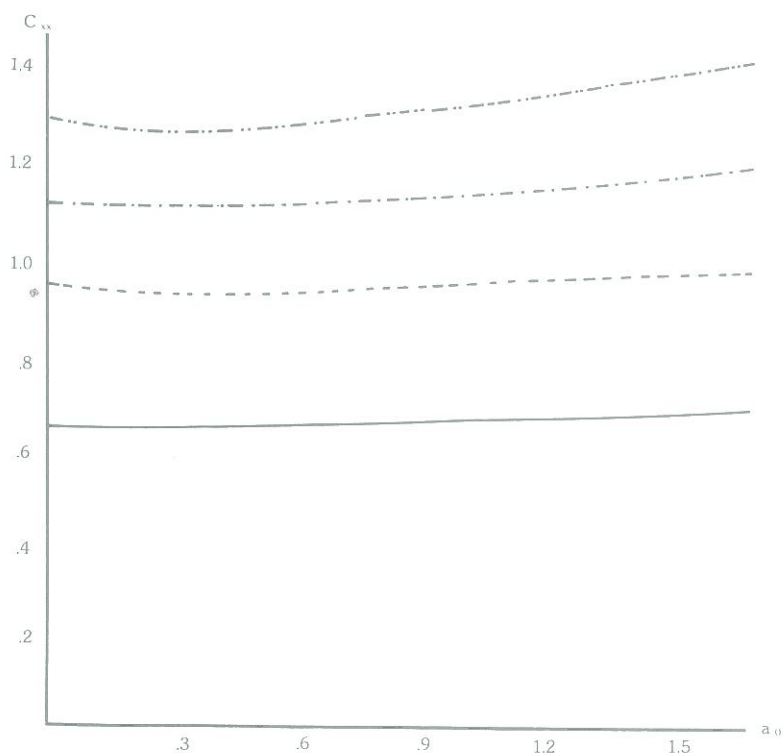
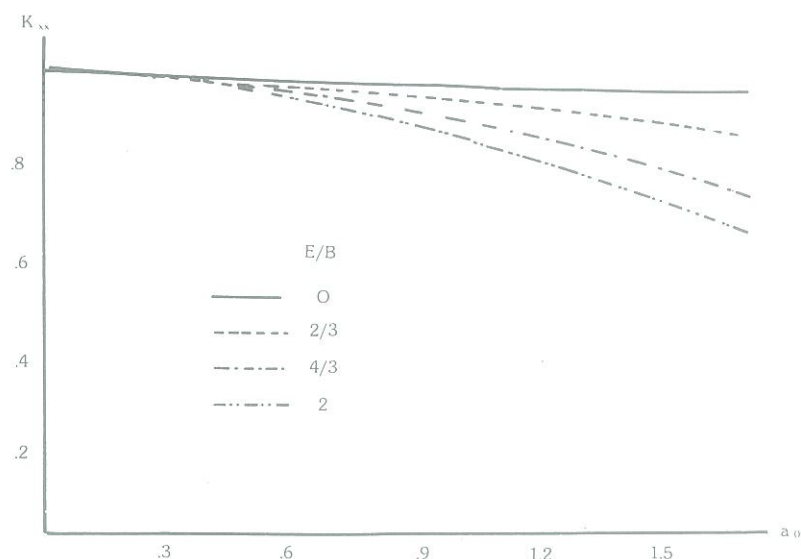
CIAT NUCLEAR ofrece:



- INGENIERIA DE CALIDAD
- INSPECCION Y SUPERVISION DE MATERIALES Y PROCESOS
- EXAMENES NO DESTRUCTIVOS
- ENSAYOS DESTRUCTIVOS
- MEDIDAS Y PRUEBAS
- INSPECCIONES EN SERVICIO
- CUALIFICACION DE PERSONAL Y PROCESOS
- ESTUDIO Y ANALISIS DE ROTURAS Y DESVIACIONES
- ASISTENCIA TECNICA EN PROBLEMAS METALURGICOS Y DE SOLDADURA
- ASESORAMIENTO EN CODIGOS Y NORMAS

CIAT NUCLEAR ha participado en todos los proyectos nucleares españoles en las diferentes fases de los mismos: fabricación, montaje y operación. Actualmente participa prestando sus servicios en el montaje de las Centrales de Lemoniz, Cofrentes, Valdecaballeros y Laguna Verde (México), así como en la realización de inspecciones en servicio (Zorita, Garoña) e inspección y ensayos de componentes en talleres.

Fig. VIIIA



La idea es analizar la matriz $\tilde{T}$ para $z = 0$ (superficie del semiespacio) pudiéndose ver que es del tipo

$$\tilde{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & T_{13} \\ 0 & 0 & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad z = 0$$

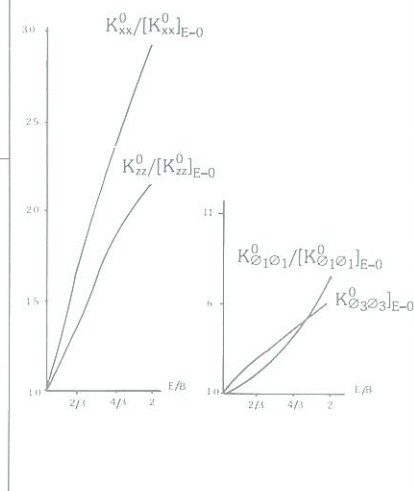
Es decir, la influencia queda limitada a los elementos T_{13} , T_{23} , T_{31} , T_{32} que, por sentido físico, debe ser pequeño. Un resultado típico puede verse en la figura 8a donde se observa la variación de la rigidez estática k_x para un empotramiento $E/B = 4/3$ y diferente amplitud de discretización exterior. Como puede verse la solución con carga doble no necesita discretización exterior de ningún tipo. En [8b] hemos dibujado la variación de k y c ,

pudiéndose ver que la carga única produce resultados por exceso de los reales en k , y por defecto en c . El error crece con las frecuencias altas para k y se mantiene prácticamente constante para c .

El método de los tres pasos permite, pues, incorporar este tipo de resultados standard a los estudios que es preciso realizar, reduciendo la necesidad de análisis diferenciado a la propia estructura.

Evidentemente, el coste se reduce y el efecto tridimensional es tenido en cuenta sin mayor problema. Sin embargo, los resultados, tal como se han presentado, sólo son válidos para medios homogéneos. En medios heterogéneos la posibilidad de sistematización es mucho menor y parte de las ventajas se pierden, aunque con el uso del BIEM seguiría siendo posi-

Fig. VIIIB



ble un estudio particularizado con ciertas ventajas en cuanto a economía. Al respecto, sin embargo, conviene recordar la cantidad de hipótesis que es preciso realizar al modelar un problema dinámico y que convierte en ilusoria la pretendida exactitud de métodos más complicados. En este sentido, puede ser preferible disponer de la posibilidad de analizar en forma económica una serie de casos en función de los parámetros peor conocidos y proceder en consecuencia.

CONCLUSION

Se ha presentado un breve resumen del estado de conocimientos en el problema de interacción dinámica terreno-estructura. En particular, se ha descrito la posibilidad de obtener, mediante el método de las ecuaciones integrales, resultados específicos para resolver la segunda etapa del método de los tres pasos, cuya utilidad en el análisis paramétrico es indudable en vista de las numerosas incertidumbres que acompañan el modelado de los problemas de interacción.

BIBLIOGRAFIA

- Richart, Hall Woods: **Vibration of Soils and Foundations**, Prentice Hall, 1970.
- Hsieh: **Foundation vibrations**, Proceedings, Institution of Civil Engineering, Vol. 22, 1962.
- Akino, Ota, Yamahara: **Seismic observation of rigid structures on various soils and its review**, Proceed. 4th World Conference on Earth. Eng. Chile, 1969.
- Veletsos, Vei: **Lateral and rocking vibration of footings**, Proceedings ASCE 97, SM 9, 1971.
- Ghosh, Wilson: **Dynamic stress analysis of axisymmetric structures under arbitrary loading**, Rep. n.º EERC-60-10, Univ. Calif., Berkely, 1969.
- Lysmer, Udaka, Tsai, Seed: **FLUSH-A computer program for approximate 3-D. Analysis of Soil-Structure Systems**, Rep. n.º EERC 75.
- J. Domínguez, E. Alarcón: **The boundary element method in elastodynamics**, IMACS Conference, Montreal, 1982.