

BLINDAJE Y PROTECCION

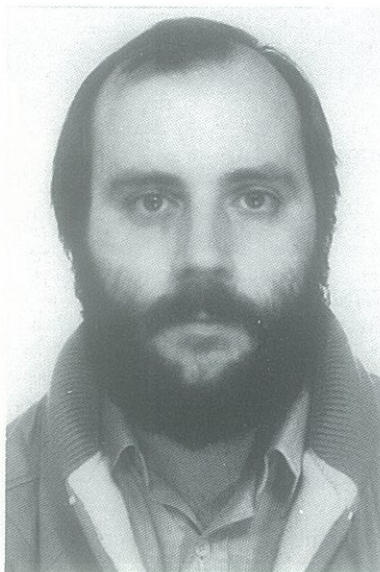
TEORIA DE SENSIBILIDAD Y SUS APLICACIONES

J. Peña

El objeto del análisis de sensibilidad es el establecimiento de la relación existente entre la solución de un problema y los datos de partida utilizados para obtener dicha solución. Dos cuestiones aparecen a la hora de plantearse tal análisis:

- *¿Cuál es la contribución cuantitativa de un parámetro de entrada a la solución del problema?*
- *¿Cómo va a cambiar la solución de dicho problema si se varía el antedicho parámetro?*

La respuesta a la primera cuestión es esencialmente analítica; simplemente hay que evaluar el papel que juega el parámetro en la determinación de la solución. La segunda cuestión ha de ser contestada después de la aplicación de los métodos que determinan la nueva solución al cambiar los datos de entrada. El desarrollo que se va a llevar a cabo es lo suficientemente general como para ser aplicado a problemas de transporte de neutrones, sin perder de vista su potencial de aplicación a otras áreas.



DEFINICIONES

Dos conceptos básicos han de definirse: en primer lugar, son los de resultados y sensibilidad. El resultado es idéntico al conocido de respuesta, es decir,

$$R = \int \Sigma_R(\xi) \phi(\xi) d\xi \quad (1)$$

donde $\phi(\xi)$ es el flujo angular solución de la ecuación del transporte de Boltzmann y ξ es un punto del espacio fase formado por las variables $\vec{r}$, E y $\vec{\Omega}$. Σ_R es la solución respuesta que relaciona el flujo con la respuesta integrada.

El segundo término que ha de ser definido es el de sensibilidad; lo ilustraremos desde el punto de vista de la física de reactores. La sensibilidad se obtiene de la conexión matemática que explícitamente existe entre el resultado R y las secciones eficaces que se utilizan para resolver un problema específico.

Sea $\{\Sigma\}$ el conjunto de secciones eficaces y $\phi(\xi)$ el flujo obtenido a partir de dicho conjunto. Sea D un detector de función de respuesta Σ_R . El resultado (respuesta) será

$$R = \langle \Sigma_R, \phi \rangle$$

Si se cambia $\{\Sigma\}$ ligeramente se obtiene otro conjunto $\{\Sigma_p\}$, tal que $\Sigma_p = \Sigma + \delta\Sigma$. El valor de R también cambiará y el nuevo resultado R_p será igual a $R + \delta R$. Se define la sensibilidad P como la relación entre el cambio fraccional en R y en Σ ; es decir,

$$P = \frac{\delta R / R}{\delta \Sigma / \Sigma} \quad (2)$$

Utilizando el significado físico que tiene el flujo adjunto [1] como importancia de las partículas en su con-

tribución al resultado, éste puede obtenerse también como

$$R = \langle \phi^*, S \rangle \quad (3)$$

donde S es la fuente externa que produce ϕ . Comparando (1) y (3) se obtiene

$$\langle \Sigma_R, \phi \rangle = \langle \phi^*, S \rangle \quad (4)$$

TEORIA DE PERTURBACIONES

La ecuación de Boltzman del transporte para el caso de independencia temporal en un medio no multiplicativo se puede escribir como

$$\Omega \nabla \cdot (\vec{r}, \vec{\Omega}, E) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) - \int \Sigma_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E') dE' d\Omega' = S$$

En notación de operadores la anterior ecuación se escribe como

$$H\phi = S \quad (5)$$

Consideremos un sistema perturbado en el que un cambio pequeño en $\{\Sigma\}$ ha producido una perturbación en el flujo y, por consiguiente, en el resultado R . La ecuación anterior toma la forma

$$H_p \phi_p = S \quad (6)$$

donde H_p es el correspondiente operador y ϕ_p es el flujo perturbador que está relacionado con el no perturbado por

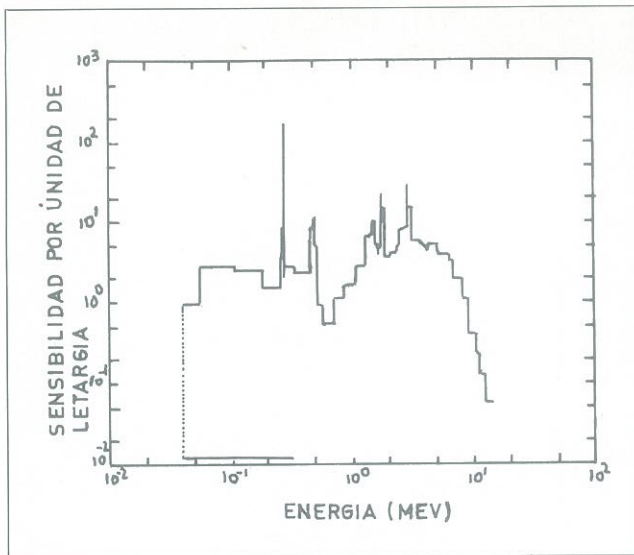
$$\phi_p = \phi + \delta\phi$$

De una forma similar, la ecuación adjunta es de la forma

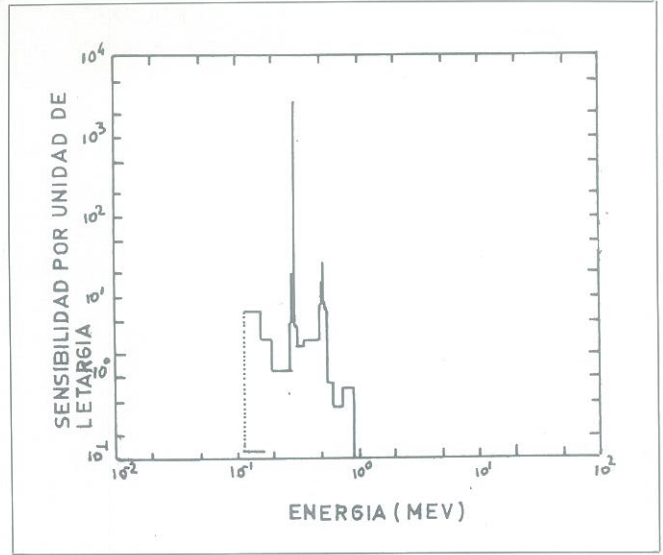
$$-\vec{\Omega} \nabla \cdot \phi^*(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) + \Sigma_t \phi^*(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) - \int \Sigma_s(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}', E \rightarrow E') \phi^*(\vec{r}, \vec{\Omega}', E') dE' d\Omega' = \Sigma_R(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$$

donde Σ_R es la fuente de dicha ecuación adjunta.

Jorge PEÑA GUTIERREZ, Ingeniero Industrial y Funcionario de Carrera de la Junta de Energía Nuclear, está destinado actualmente en la Sección de Ingeniería de Reactores. Su experiencia profesional se ha desarrollado en los campos de la estática y dinámica. Últimamente ha puesto a punto técnicas de estudio del transporte de radiación a través de medios de gran espesor (blindaje, vasijas de presión). Cuenta con diversas publicaciones en revistas científicas especializadas.



F I Perfil de sensibilidad para la sección eficaz total del Na. Fuente de fisión.



F II Perfil de sensibilidad para la sección eficaz total del Na. Fuente de fisión parcial hasta 0.9 MeV.

En forma de operadores toma la forma

$$H^* \phi^* = \Sigma_R \quad (8)$$

Para el sistema perturbado será

$$H_p^* \phi_p^* = \Sigma_R \quad (9)$$

donde ϕ_p^* es el flujo adjunto perturbado, relacionado con el no perturbado mediante

$$\phi_p^* = \phi^* + \delta \phi^* \quad (10)$$

Integrando en todo el espacio fase, la respuesta R para el sistema no perturbado será

$$R = \int \Sigma_R \phi(\xi) d\xi = \int S \phi^*(\xi) d\xi \quad (11)$$

y para el perturbado

$$\begin{aligned} R_p &= \int \Sigma_R \phi_p(\xi) d\xi = \\ &= \int S \phi_p^*(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (12)$$

El cambio en R debida a la perturbación será

$$\begin{aligned} \delta R &= R_p - R = \int S \phi_p^*(\xi) d\xi - \\ &- \int S \phi^*(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (13)$$

Aplicando la ecuación (10) en (13)

$$\begin{aligned} \delta R &= \int S (\phi^* + \delta \phi^*) d\xi - \\ &- \int S \phi^* d\xi = \int S \delta \phi^* d\xi \end{aligned} \quad (14)$$

A partir de la ecuación (9) se tiene

$$H_p^* (\phi^* + \delta \phi^*) = \Sigma_R \quad (15)$$

e igualando las ecuaciones (8) y (15)

$$\begin{aligned} H_p^* (\phi^* + \delta \phi^*) &= H^* \phi^* \\ H_p^* \delta \phi^* &= (H^* - H_p^*) \phi^* \end{aligned} \quad (17)$$

Multiplicando la ecuación anterior por ϕ_p e integrando sobre el espacio fase

$$\begin{aligned} \int \phi_p H_p^* \delta \phi^* d\xi &= \\ = \int \phi_p (H^* - H_p^*) \phi^* d\xi \end{aligned} \quad (17)$$

Aplicando la definición del operador adjunto

$$\int \phi_p H_p^* \delta \phi^* d\xi = \int \delta \phi^* H_p \phi_p d\xi$$

la ecuación (17) resulta

$$\begin{aligned} \int \delta \phi^* H_p \phi_p d\xi &= \\ = \int \phi_p (H^* - H_p^*) \phi^* d\xi \end{aligned} \quad (18)$$

Teniendo en cuenta (6) y (3), la ecuación anterior se transforma en

$$\begin{aligned} \int \delta \phi^* S &= \delta R = \\ = \int \phi_p (H^* - H_p^*) \phi^* d\xi \end{aligned} \quad (19)$$

Definamos un operador T_Σ , tal que

$$T_\Sigma \phi^* = (H^* - H_p^*) \phi^*$$

y supongamos que

$$\begin{aligned} T_\Sigma \phi^* &= \Delta C \left[-\Sigma_t(\vec{r}, E) \phi^*(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) + \right. \\ &+ \left. \int \Sigma_s(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}', E \rightarrow E') \phi^*(\vec{r}, \vec{\Omega}', E') dE' d\Omega' \right] \end{aligned}$$

donde C es la razón, para todas las secciones eficaces,

$$\begin{aligned} C &= \frac{\Sigma_t^p(\vec{r}, E)}{\Sigma_t(\vec{r}, E)} = \\ &= \frac{\Sigma_s^p(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}', E \rightarrow E')}{\Sigma_s(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}', E \rightarrow E')} \end{aligned}$$

para todo $\vec{r}, E, \vec{\Omega}, E'$ y $\vec{\Omega}'$.

$$\Delta C = \frac{\delta \Sigma_t}{\Sigma_t} = \frac{\delta \Sigma_s}{\Sigma_s}$$

o, en general

$$\Delta C = \frac{\delta \Sigma}{\Sigma}$$

La ecuación (19) se convierte, así, en

$$\delta R = \int \phi_p T_\Sigma \phi^* d\xi \quad (20)$$

Dividiendo ambos miembros por $R \Delta C$ se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\delta R/R}{\Delta C} &= \frac{\int \phi_p T_\Sigma \phi^* d\xi}{\Delta C \int \Sigma_R \phi d\xi} \\ P_\Sigma &= \frac{\int \phi_p T'_\Sigma \phi^* d\xi}{\Sigma_R \phi d\xi} \end{aligned} \quad (21)$$

donde $T'_\Sigma = T_\Sigma / \Delta C$

suponiendo que $\phi_p \approx \phi$ (perturbación lineal) se obtiene

$$P_\Sigma = \frac{\delta R/R}{\delta \Sigma/\Sigma} = \frac{\int \phi T'_\Sigma \phi^* d\xi}{\int \Sigma_R \phi d\xi} \quad (22)$$

Esta ecuación se utiliza para estimar el cambio en la respuesta, debido a un cambio ΔC en las secciones eficaces; es decir, para determinar la sensibilidad de la respuesta.

Un perfil de sensibilidad es una gráfica donde se muestra la dependencia de la sensibilidad por unidad de letargia con la energía. En dicho perfil se puede visualizar perfectamente la importancia de un conjunto de parámetros dado en un cálculo específico en función de la energía. En general, valores mayores de 1.0 en un perfil indican regiones energéticas de alta sensibilidad. Valores máximos relativos coinciden con mínimos en la sección eficaz total, y viceversa.

Existen diversos programas de computador que utilizan teoría de perturbaciones y que calculan perfiles de sensibilidad. Cabe mencionar el SWANLAKE de ORNL, el SENSIT de LASL y el SWAN de Princeton. Estos programas llevan incorporados la posibilidad de utilizar un trazador («plotter») para representar gráficamente los perfiles.

APLICACIONES

Las sensibilidades a cambios de secciones eficaces pueden utilizarse para mejorar la exactitud de métodos de cálculo por teoría de transporte. Así, Herrenberger [2] utilizó perfiles de sensibilidad para efectuar una selección automática de estructuras de multigrupos óptimas.

Otra aplicación de los perfiles de sensibilidad es la efectuada en el análisis de incertidumbre [3]. Si se conocen las incertidumbres en los valores de secciones eficaces de una respuesta específica de un detector, se puede calcular la correspondiente incertidumbre en el cálculo de la respuesta debida a posibles errores de las secciones eficaces. Se puede ver que

$$\left[\frac{\Delta R}{R} \right]^2 = \sum_{\substack{x,y \\ G,G'}} P_x^G P_y^{G'} \frac{(\Delta \Sigma_x^G \Delta \Sigma_y^{G'})}{\Sigma_x^G \Sigma_y^{G'}}$$

donde $(\Delta \Sigma_x^G \Delta \Sigma_y^{G'})$ es el valor medio del producto de incertidumbres en Σ_x del grupo G y Σ_y del Grupo G' (matriz de covarianza).

Por último, los perfiles de sensibilidad pueden utilizarse en el proceso llamado de ajuste de datos. En dicho proceso, y mediante los resultados obtenidos de un análisis de sensibilidad específico, se modifican los valores de las secciones eficaces para que los resultados experimentales concuerden con los obtenidos mediante programas de cálculo. Este proceso está basado en un ajuste por mínimos cuadrados y se encuentra descrito en la referencia [4].

El problema que presenta el antedicho proceso reside en la existencia de incertidumbres, no sólo en las secciones eficaces, sino también en los métodos de cálculo (elección de una estructura de multigrupos, generación

de secciones eficaces colapsadas y métodos numéricos). De hecho, sólo se podría aplicar un proceso de ajuste de datos cuando se estuviese totalmente seguro de que las incertidumbres en los métodos de cálculo fuesen suficientemente menores que las originales por los conjuntos de secciones eficaces.

De cualquier forma hay un problema que subyace en la aplicabilidad de un análisis de sensibilidad, y es el de que dicho análisis es extraordinariamente dependiente del problema que se está estudiando. Cambios relativamente moderados en la función de respuesta de un detector, en la función que describe la fuente o en la secuencia y espesores de las distintas regiones de un blindaje conducen a cambios drásticos en los perfiles de sensibilidad. Para ilustrar este efecto está el trabajo de Goldstein [5] en el que se estudian los efectos del cambio en una fuente de neutrones de fisión seguida de una región de 5 m de sodio.

En la figura 1 se muestra el perfil de sensibilidad de la respuesta de un detector sensible a flujos de 40 a 350 KeV frente a cambios en la sección eficaz total de sodio. La fuente considerada es una de fisión plana. La estructura de multigrupos fue elegida cuidadosamente para quedarse reflejado el fenómeno de existencia del mínimo en la sección eficaz total del Na a 300 KeV. Los cálculos se efectuaron con ANISN-SWANLAKE. Se observa perfectamente el predominio del pico a dicha energía aunque el área encerrada por la curva alrededor de 300 KeV es sólo un 2,3 % del total de la sensibilidad. Pero considerando que el espectro de neutrones que salen del núcleo de un reactor rápido y que inciden en la capa de Na superior no es el correspondiente al espectro de fisión (se puede decir que no escapan del núcleo neutrones con energía superior a 1 MeV), se repitieron los cálculos considerando una fuente de fisión con una energía de corte superior de 0,9 MeV. El correspondiente análisis de sensibilidad dio como resultado el perfil que se representa en la figura 2. En ambos casos, la sensibilidad total (el área encerrada por el perfil) es similar; -19,7 % de cambio en la respuesta para un cambio de 1 % en la sección eficaz de Na en la figura 1, y el correspondiente para la figura 2 es del -18,9 %. Se puede ob-

servar que en la segunda situación la contribución del pico a 300 KeV ha subido al 61,4 %. Así pues, si bien con el espectro de fisión completo la sensibilidad a 300 KeV era mínima, al trancar la fuente de la forma expuesta el mínimo a dicha energía domina ostensiblemente el fenómeno del transporte neutrónico.

CONCLUSIONES

Los análisis de sensibilidad han de utilizarse con muchísimo cuidado. Se ha demostrado su gran dependencia con la situación específica en que son efectuados y sus resultados sólo pueden ser aplicados en problemas que reflejan situaciones similares.

El análisis de incertidumbres han de ser una práctica cada vez más frecuente en estudios de todo tipo para poder disponer de una valoración de la dispersión de los resultados teóricos en comparación con los experimentos.

REFERENCIAS

- [1] Lewins, J., **Importance - The Adjoint Function**, Pergamon Press, New York, 1965.
- [2] Herrenberger, V., **A Computational Scheme for Energy Group Boundary Selection Using Sensitivity Theory**. Proceedings of the 5th International Conference on Reactor Shielding, Knoxville, Tennessee, Science Press, 1977.
- [3] Peña, J., **Sensibilidad a secciones eficaces y análisis de incertidumbres**, Energía Nuclear 139, 1982.
- [4] Mattheys, W., **Cross Section Adjustment in the Analysis of Benchmark Experiments**, Annals of Nucl. Energy 6, 1979.
- [5] Goldstein, H., **Cross Section Sensitivities for Sodium in Relation to Fast Reactor Shields**, Trans. Am. Nucl. Soc. 18, 1974.