

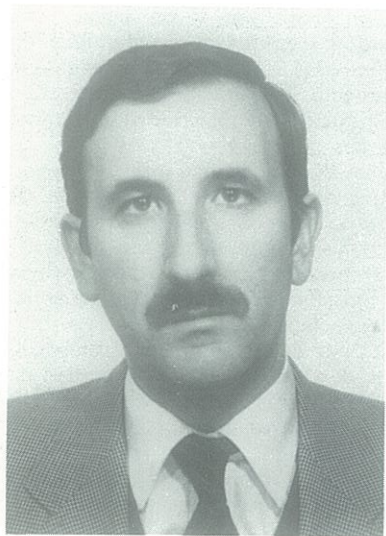
SISTEMA ELECTRICO

EQUIVALENTES DINAMICOS DE LAS REDES DE ENERGIA ELECTRICA

Julio MARTINEZ MALO y Valentín M. PARRA PRIETO

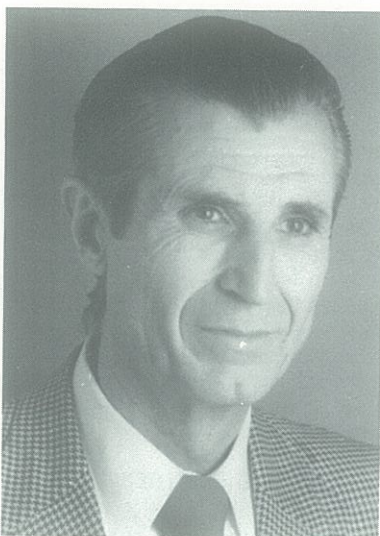
En el presente artículo se trata el tema del análisis de la coherencia y de la reducción equivalente, en base a ésta, del orden estático y dinámico de grandes redes de transporte de energía eléctrica para estudios de estabilidad transitoria. Los procedimientos de reducción que se exponen permiten considerar cargas no lineales y los distintos elementos de las unidades generadoras, tales como máquina síncrona, sistema de excitación, regulador de velocidad, turbina y estabilizador de potencia.

El programa de Equivalentes Dinámicos de que disponemos permite procesar una red de 2.000 nudos, 3.000 líneas y 400 generadores, con un ordenador de unas 110 K. palabras de capacidad.



Julio MARTINEZ MALO nació en Morenilla (Guadalajara), el 2 de octubre de 1948. En 1971 obtuvo el título de Ingeniero Técnico en Química Industrial por la EITI de Zaragoza. En 1978, el de Ingeniero Industrial (especialidad electricidad) por la ETSII de Madrid, consiguiendo, en 1982, el grado de Doctor Ingeniero Industrial por dicha Escuela.

Desde octubre de 1978 se dedica de forma exclusiva a la investigación y docencia en la Cátedra de Electrotecnia de la ETSIIM hasta enero de 1985, en que es nombrado Profesor Titular de Universidad en el área de Conocimiento de Ingeniería Eléctrica, puesto que desempeña con dedicación exclusiva en la actualidad.



Valentín M. PARRA PRIETO (14 de febrero de 1922). Realizó el peritaje industrial, especialidad mecánica (1945-49). En 1954 ingresa en la ETSIIM, siguiendo la especialidad eléctrica, que termina en 1960. También cursó algunas asignaturas en la Facultad de Ciencias Físicas de Madrid. Inicia sus actividades docentes en 1961. Tras enseñar Electrometría y Teoría de Circuitos durante varios años, en 1967 es nombrado Catedrático de Electrotecnia, puesto que desempeña en dedicación exclusiva desde 1972. Disfrutó de un año sabático en USA. Ha dirigido unas nueve tesis doctorales y es coautor de un libro sobre teoría de circuitos eléctricos.

INTRODUCCION

En los estudios de estabilidad transitoria de los sistemas de potencia, el tamaño de éstos y la complejidad de los modelos más perfeccionados de sus elementos hacen imposible o muy costosa la representación completa de dichos sistemas con el mismo nivel de detalle, pues los tiempos de cálculo y memoria de ordenador empleados son excesivamente grandes. Por esto se han desarrollado métodos para obtener equivalentes dinámicos reducidos que mantengan las características dinámicas de la red real. Dicha reducción supone un gran ahorro de tiempo de cálculo y memoria de ordenador en el análisis de la estabilidad transitoria sin pérdida de exactitud en los resultados.

Los métodos más desarrollados para la obtención de equivalentes dinámicos reducidos se basan en las técnicas de estimación, en el análisis modal o en las propiedades de coherencia de las unidades generadoras y de las cargas. Una extensa bibliografía sobre equivalentes dinámicos de los sistemas de potencia ha sido recopilada por Castro-León [1].

Los métodos basados en las propiedades de coherencia, que se exponen en este artículo, se fundamentan en el hecho observado de que ciertos grupos de generadores oscilan al unísono o, más concretamente, que tienen casi igual curva de oscilación en el intervalo de tiempo de interés cuando se produce un fallo en un punto determinado de la red.

Una vez identificados los grupos de generadores que tienen casi igual curva de oscilación, que denominamos coherentes, puede hacerse una reducción equivalente del número de generadores. Para ello se considera qué generadores con idéntica curva de oscilación funcionan esencialmente como un único generador.

Las principales investigaciones sobre el método basado en la propiedad de coherencia han sido realizadas recientemente en el EPRI (Electric Power Research Institute) por De Mello [2], Podmore [7] y Germond [3], fundamentalmente por estos dos últimos, que han desarrollado procedimientos para una representación más exacta de los generadores y de las cargas.

La aplicación del método basado en la coherencia requiere conocer los grupos de generadores que tienen igual curva de oscilación. Por esta

razón se han desarrollado varios procedimientos para determinar éstos de forma rápida, aunque aproximada [4].

Entre éstos, vamos a ver el método dado por Podmore [7], que identifica los grupos de generadores coherentes mediante las curvas aproximadas de oscilación de los rotores obtenidas mediante un algoritmo rápido de integración que utiliza la regla trapezoidal. Este estudio previo se realiza sobre un sistema simple y linealizado de la red. También veremos un método propuesto por nosotros, basándolo en lo que denominamos distancia dinámica, que permite una caracterización rápida de la coherencia de generadores y la reducción del orden dinámico del sistema linealizado, así como un nuevo algoritmo para obtener de forma muy rápida las curvas de oscilación del sistema linealizado si se desea una caracterización más exacta de la coherencia de generadores.

ANÁLISIS DE LA COHERENCIA

El modelo de red adoptado para la clasificación de generadores coherentes está basado en las siguientes hipótesis:

Los grupos de generadores coherentes son independientes de la magnitud de la perturbación en la red. Por esta razón, la coherencia se puede determinar considerando un sistema linealizado de la red.

Los grupos de generadores coherentes son independientes de lo detallado que sea el modelo de las unidades generadoras. Por esta razón, se considera un modelo clásico de máquina síncrona.

Estas hipótesis, de justificación empírica, están basadas en las experiencias realizadas en estudios de estabilidad transitoria.

En el método de análisis de la coherencia dado por Podmore [7], la red de potencia se representa por un sistema que comprende el modelo clásico de generador síncrono y las líneas de transporte, y el modelo de carga no lineal de potencia constante.

Las ecuaciones mecánicas del movimiento de los generadores síncronos en torno al punto de funcionamiento base son:

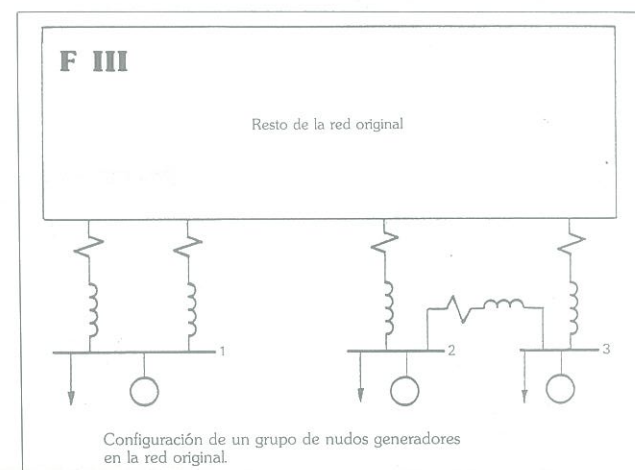
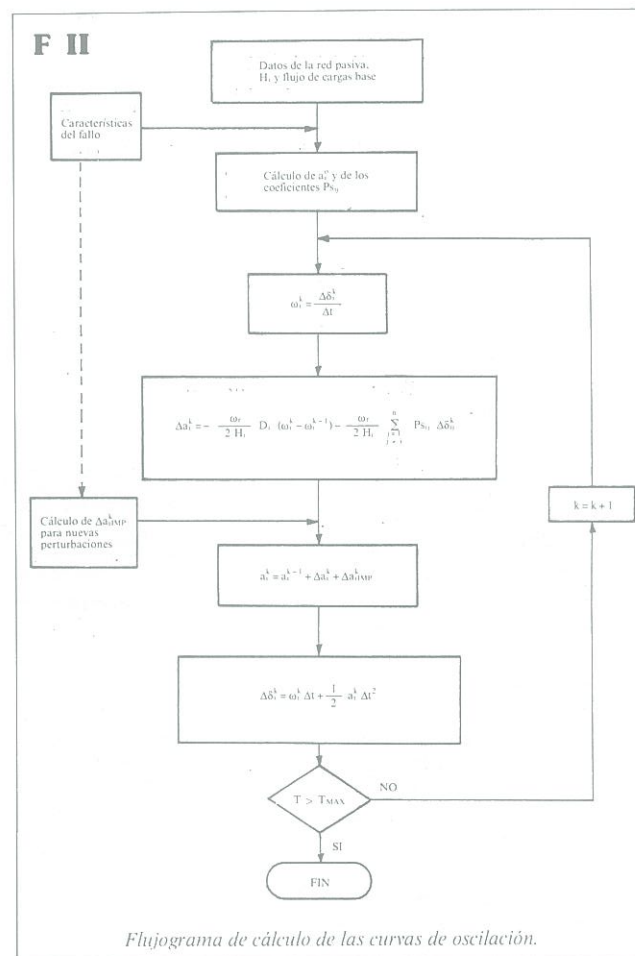
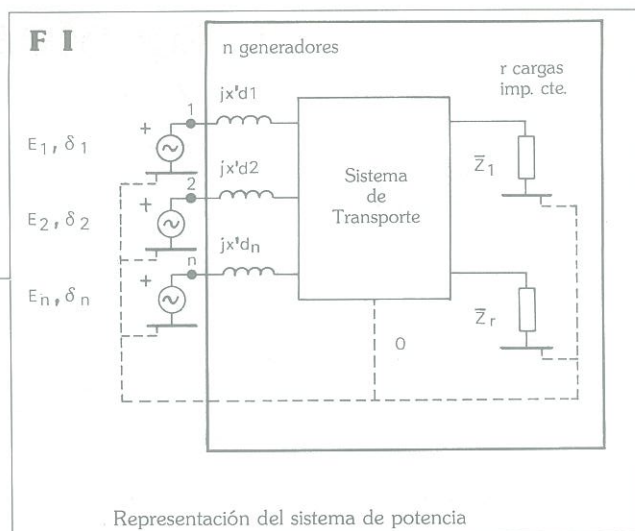
$$M_i \frac{d\Delta W_i}{dt} = \Delta P M_i - \Delta P G_i - D_i \Delta W_i \quad [1]$$

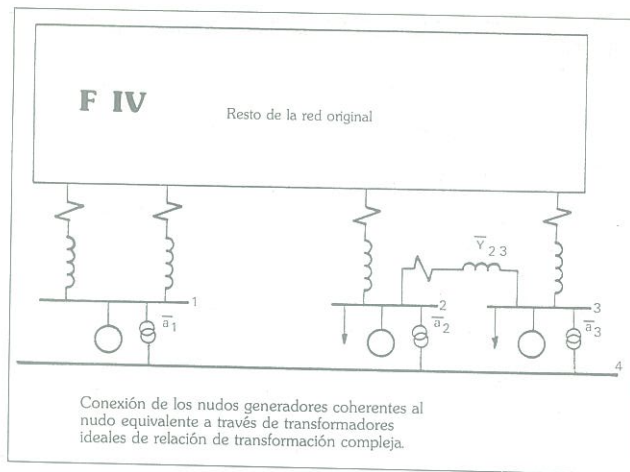
$$\frac{d\Delta \delta_i}{dt} = 2\pi f_0 \Delta W_i \quad [2]$$

El flujo de potencia activa en un sistema de transmisión de potencia eléctrica con alta relación X/R depende casi exclusivamente de los ángulos de las tensiones, Peterson [6]. Esto nos permite obtener en primera aproximación la siguiente relación sencilla entre las variaciones de las potencias activas inyectadas a los nudos y los ángulos de las tensiones de éstos.

$$\begin{bmatrix} \Delta P G \\ \Delta P L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H G G & H G L \\ H L G & H L L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad [3]$$

donde los términos HGG, HGL, HLG y HLL son las derivadas parciales de la potencia activa con respecto a los ángulos de las tensiones en los nudos; es decir, se trata de una matriz Jacobiana extendida a los nudos internos de generación y de carga. Esta matriz se calcula en el punto o estado de funcionamiento base y se supone que es constante en





todo momento. Esto equivale a linealizar el sistema en torno al punto de funcionamiento base pues, a todos los efectos, las condiciones de la red en fallo las representamos considerando la red sin fallo e incrementando la potencia mecánica de cada generador en el mismo valor que la potencia acelerante, inmediatamente después de producido éste, durante el tiempo que se tarda en eliminar dicho fallo.

Para obtener las curvas de oscilación aproximadas de los generadores hemos de resolver simultáneamente las ecuaciones [1], [2] y [3].

Aplicando la regla trapezoidal de integración a las ecuaciones dinámicas [1] y [2] obtenemos el sistema de ecuaciones algebraicas [4], que hay que resolver en cada paso de integración para determinar los ángulos de los rotores, y de las tensiones en los nudos $\Delta\delta(t)$ y $\Delta\sigma(t)$, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} C(t-\Delta t) \\ \Delta PL(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} HGG' & HGL \\ HLG & HLL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta(t) \\ \Delta\theta(t) \end{bmatrix} \quad [4]$$

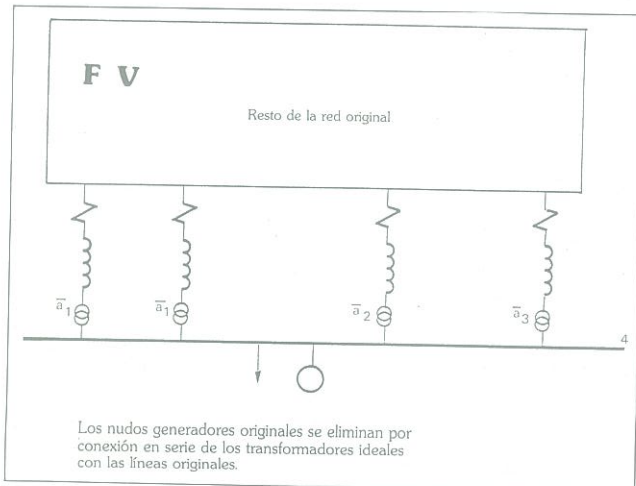
El término independiente de este sistema de ecuaciones se determina en cada paso en función de los valores de los ángulos del paso anterior y de los cambios en las potencias en los nudos de generación y de carga que puedan producirse.

Una vez obtenidas las curvas de oscilación aproximadas de los rotores de los generadores, éstas se procesan para clasificar éstos en grupos coherentes, caracterizados por tener curvas de oscilación aproximadamente iguales.

DETERMINACION DE LA COHERENCIA POR EL METODO PROPUESTO

En el nuevo método que hemos desarrollado para la determinación de los generadores coherentes, la red de potencia se representa mediante un sistema lineal (figura 1), que comprende los modelos clásicos, de generador sincrónico y línea de transporte, y el modelo de carga de impedancia constante. Todos ellos en valores por unidad.

Las ecuaciones dinámicas del movimiento de los rotores de los generadores para el modelo adoptado vienen dadas por [5].



$$\frac{2 H_i}{\omega_r} \frac{d^2 \Delta \delta_i}{dt^2} + D_i \omega_i = P M_i - [E_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j (B_{ij} \sin \delta_{ij} + G_{ij} \cos \delta_{ij})] \quad [5]$$

$i = 1, 2, \dots, n$

Considerando que no hay variaciones en la potencia mecánica suministrada por la turbina y linealizando las ecuaciones [5], en torno al punto de funcionamiento base, para pequeñas variaciones relativas entre los ángulos internos de los generadores y suponiendo despreciable el amortiguamiento, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones simplificado para el movimiento de los rotores de los generadores:

$$\frac{2 H_i}{\omega_r} \frac{d^2 \Delta \delta_i}{dt^2} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n P_{\delta ij} \Delta \delta_j = 0 \quad [6]$$

$i = 1, 2, \dots, n$

donde los coeficientes $P_{\delta ij}$ son los coeficientes de sincronización que vienen dados por [7].

$$P_{\delta ij} = \left. \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right|_{\delta_{ijo}} = E_i E_j (B_{ij} \cos \delta_{ijo} - G_{ij} \sin \delta_{ijo}) \quad [7]$$

Nosotros introducimos el concepto de distancia dinámica entre dos generadores, por ejemplo, entre el i y el j , y la definimos como la aceleración sincronizante que adquiere el generador i cuando se produce una variación entre los ángulos internos de los generadores i y j , permaneciendo constantes los valores relativos de los ángulos del resto de los generadores respecto del ángulo del generador i . Esto da una medida de la sensibilidad dinámica.

Del sistema de ecuaciones [6] deducimos inmediatamente el valor de la distancia dinámica entre el generador i y el j , que viene dada por:

$$d_{ij} = -\frac{\omega_r}{2 H_i} P_{\delta ij} \quad [8]$$

Cuanto mayor sea dicha aceleración, en valor absoluto, más influencia dinámica tiene el generador j sobre el i , y decimos que el generador i está dinámicamente más próximo al j .

La definición de distancia dinámica entre generadores puede aplicarse también para la medida de la distancia de éstos a un punto determinado de la red. En efecto, si se produce un fallo en un punto determinado de la red, aparecen inmediatamente unas potencias acelerantes en los generadores y, como consecuencia, unas aceleraciones de sus rotores. Estas aceleraciones dan una medida de la distancia dinámica de dichos generadores al punto de fallo.

El cálculo de la distribución del impacto acelerador sobre los generadores, inmediatamente después de producirse un fallo, puede hacerse de diversas formas.

Los coeficientes de sincronización entre el generador y el nudo de falta k vienen dados por:

$$P_{\delta ik} = E_i V_k (B_{ik} \cos \delta_{iko} - G_{ik} \sin \delta_{iko}) \quad [9]$$

y para redes de alta relación X/R , dichos coeficientes pueden aproximarse por la expresión $E_i V_k B_{ki} \cos \delta_{iko}$.

Si las potencias acelerantes son producidas por una pequeña variación en la potencia consumida en el nudo de carga k , éstas pueden determinarse utilizando dichos coeficientes de sincronización, y obtenemos que el impacto acelerador en el generador i es:

$$\Delta P_i(0^+) = \frac{P_{\delta ik}}{\sum_{j=1}^n P_{\delta kj}} \Delta PC_k(0^+) \quad [10]$$

de donde se deduce que el impacto de carga se reparte entre los generadores de forma directamente proporcional a

los coeficientes de sincronización entre cada generador i , y el nudo k , por tanto, un alto valor de susceptancia de transferencia y un bajo ángulo inicial δ_{ik0} , acrecientan el impacto de potencia recibido por dicho generador y, como consecuencia, su aceleración inicial.

La determinación del impacto acelerador en los generadores, inmediatamente después de un fallo, permite hacer una primera clasificación, agrupando generadores que equidistan del punto de fallo. El hecho de que los generadores de un grupo equidisten dinámicamente del punto de fallo no es suficiente, en general, para tener seguridad de que vayan a oscilar de la misma forma.

De las ecuaciones dinámicas de oscilación de los rotores de los generadores para perturbaciones pequeñas [6], escribiéndolas en función de las distintas dinámicas absolutas entre generadores, obtenemos:

$$\frac{d^2 \Delta \delta_i}{dt^2} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n d_{ij} \Delta \delta_{ij} ; i = 1, 2, \dots, n \quad [11]$$

Teniendo en cuenta que generadores que tienen la misma aceleración inicial sufrirán inicialmente incrementos iguales en los ángulos de sus rotores, de [11] deducimos que estos generadores seguirán oscilando al unísono si todos ellos equidistan del resto de los generadores además de equidistar del punto de fallo.

Así, las condiciones necesarias y suficientes para que un grupo de generadores oscilen al unísono, es decir, formen un grupo de generadores coherentes Φ , es que equidisten del punto de fallo y del resto de los generadores.

Estas condiciones las expresamos de la forma siguiente:

$$a_i^0 = a_j^0 ; \quad \forall i, j \in \Phi \quad [12]$$

$$d_{ik} = d_{jk} ; \quad \forall i, j \in \Phi \text{ y } \forall k \notin \Phi \quad [13]$$

Del sistema de ecuaciones [11] podemos obtener el sistema de ecuaciones diferenciales de oscilación de los generadores relativos al generador n , que da lugar al sistema [14] de $n-1$ ecuaciones diferenciales,

$$\frac{d^2 \Delta \delta_{in}}{dt^2} = - \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_{ij} \Delta \delta_{in} ; i = 1, 2, \dots, n-1 \quad [14]$$

siendo los coeficientes:

$$\begin{aligned} \alpha_{ii} &= - \frac{\omega_r}{2 H_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n P_{\delta ij} + \frac{W_r}{2 H_n} P_{\delta ni} = \\ &= - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n d_{ij} + d_{ni} \end{aligned} \quad [15]$$

y

$$\alpha_{ij} = - \left[\frac{\omega_r}{2 H_i} P_{\delta ij} - \frac{\omega_r}{2 H_n} P_{\delta nj} \right] = d_{ij} - d_{nj} \quad [16]$$

estos coeficientes α_{ij} representan lo que podemos llamar distancia dinámica entre generadores, relativa al generador n , que representan la aceleración del generador i respecto de la del generador n , cuando se produce una variación del ángulo del generador j respecto del ángulo del generador n y los demás ángulos no varían respecto del ángulo del generador n .

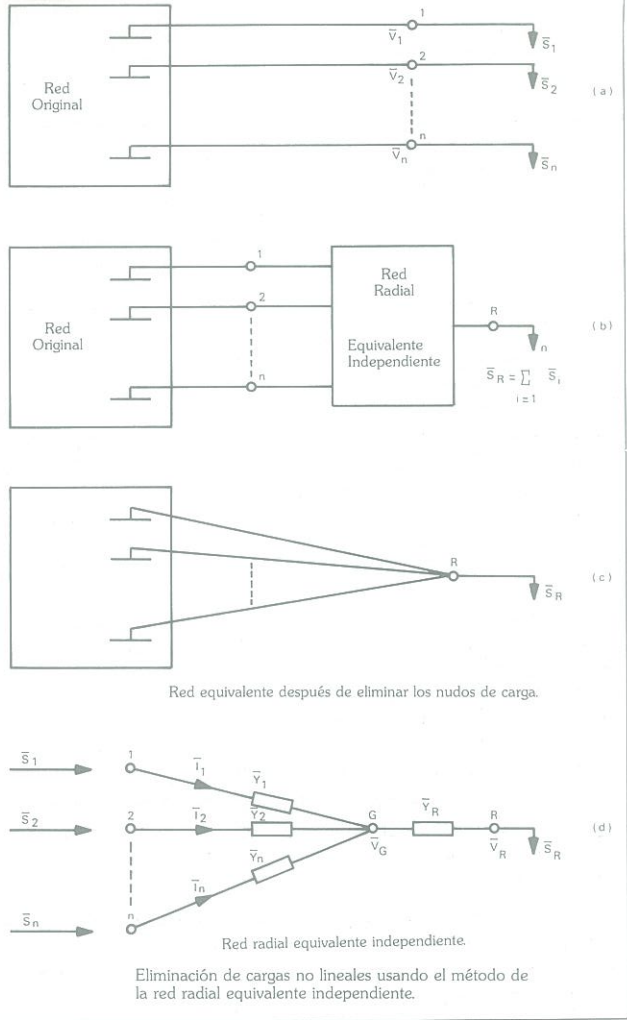
Dichos coeficientes coinciden aproximadamente con lo que hemos definido como distancia dinámica absoluta si el generador de referencia tiene una gran inercia, como se intenta que ocurra en la práctica.

Del sistema de ecuaciones [14] deducimos inmediatamente que para un grupo de generadores coherentes Φ se ha de verificar que:

$$1.^o \quad a_i^0 - a_n^0 = a_j^0 - a_n^0 ; \quad \forall i, j \in \Phi \quad [17]$$

$$2.^o \quad \alpha_{ik} = \alpha_{jk} ; \quad \forall i, j \in \Phi \text{ y } \forall k \notin \Phi \quad [18]$$

F VI



$$3.^o \quad \sum_{l \in \Phi} \alpha_{il} = \sum_{l \in \Phi} \alpha_{jl} ; \quad A_{ij} \in \Phi \quad [19]$$

pero la tercera condición [19] se verifica exactamente si se verifica la segunda [18], como se puede demostrar fácilmente, ya que las condiciones primera [17] y segunda [18] son equivalentes a las expresadas anteriormente en [12] y [13], respectivamente.

Pues se verifica que para:

$$i \neq k, j \neq k ; \quad \alpha_{ik} = \alpha_{jk} \iff d_{ik} = d_{jk}$$

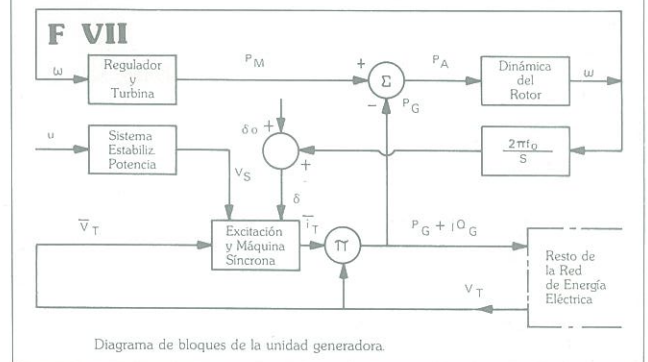
al ser

$$\alpha_{ik} = d_{ik} - d_{nk} \text{ y } \alpha_{jk} = d_{jk} - d_{nk}$$

Así, de la condición [18] se obtiene la [19], y de estas dos se deduce que una condición necesaria para que un grupo de generadores Φ , que tienen aceleraciones iguales, sean coherentes es que:

$$\sum_{m=1}^{n-1} \alpha_{im} = \sum_{m=1}^{n-1} \alpha_{jm} ; \quad \forall i, j \in \Phi \quad [20]$$

F VII



Este procedimiento puede aplicarse también a la obtención de un generador que tuviera un comportamiento dinámico medio de un grupo de generadores si éstos no fueran coherentes, utilizando las distancias dinámicas como coeficientes de ponderación.

ALGORITMO DE INTEGRACION

Puede hacerse una clasificación de grupos de generadores coherentes más precisa obteniendo las curvas de oscilación de los generadores mediante el nuevo algoritmo que proponemos, cuyo flujograma se da en la figura 2.

En este algoritmo las perturbaciones producidas durante el transcurso del tiempo de simulación se introducen como nuevos impactos de aceleración de los rotores de los generadores.

También puede aplicarse al sistema de ecuaciones [25] o a un equivalente reducido de éste.

REDUCCION EQUIVALENTE DE LA RED NO LINEAL

Puede obtenerse una reducción equivalente más exacta haciendo, por una parte, la reducción estática, y, por otra, la reducción del orden dinámico de la red, ya que esto permite la representación de nudos de carga no lineales y los distintos elementos de las unidades generadoras.

Una vez realizada la clasificación de los generadores en grupos coherentes, pasamos a la reducción de la red pasiva.

El objetivo principal de los algoritmos de reducción de la red es disminuir el número de nudos y de líneas que son necesarias para su representación equivalente.

Para la reducción del número de nudos generadores describimos la red mediante la matriz de admitancias nodales. El equivalente se obtiene reemplazando el grupo de nudos terminales de generadores coherentes por un simple nudo terminal equivalente.

La obtención del equivalente se hace en base a las siguientes condiciones:

- Que se conserve la potencia producida por cada grupo de nudos generadores coherentes.
- Que se conserve el flujo de potencia en cada uno de los nudos frontera de los grupos coherentes.

Vamos a describir el procedimiento de reducción como unas operaciones físicas que se realizan sobre los elementos de la red.

Para la red de la figura 5 suponemos que los generadores 1, 2 y 3 forman un grupo coherente.

Se define la tensión V_t del nudo equivalente como media de la del grupo y cada nudo generador terminal del grupo se conecta a través de un transformador ideal de relación compleja [29], como se indica en la figura 6.

$$\bar{a}_k = \frac{\bar{V}_k}{\bar{V}_t} \quad [29]$$

Esta relación es constante en todo momento para un grupo de generadores coherentes.

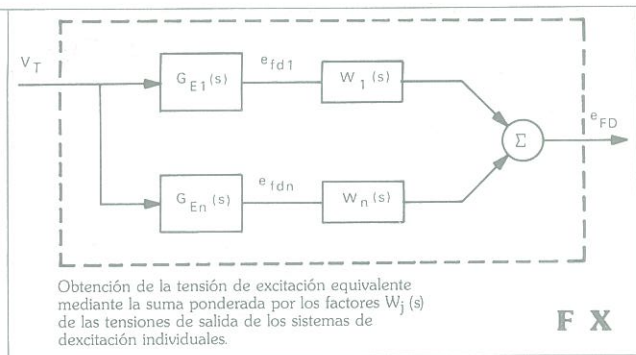
Se mira si existen líneas internas entre los nudos terminales, tales como entre el 2 y el 3 (figura 6), y si existen se sustituyen por admitancias equivalentes en derivación en cada uno de los nudos.

Las potencias de generación y de carga y las admitancias en derivación sobre los nudos generadores coherentes se transfieren al nudo equivalente.

Los nudos coherentes originales se eliminan al quedar conectados en serie la línea original y el transformador ideal (figura 7).

Para la reducción de los nudos de carga no lineales, describimos los dos métodos que resultan más eficientes.

El primero de ellos, denominado método de la fuente de intensidad, extiende el procedimiento de eliminación



de Gauss al tratamiento de cargas no lineales, mediante la aproximación de éstas por fuentes de intensidad entre el nudo y tierra. Esto permite la utilización de las técnicas de matrices dispersas y ordenación óptima en el proceso de eliminación.

La ecuación de admitancias nodales se construye con las cargas tratadas como sigue:

- La parte de la carga de impedancia constante se incluye en la matriz de admitancias.
- Las partes de carga de intensidad constante y potencia constante sobre un nudo j , que va a ser eliminado, se representan por fuentes de intensidad $\bar{I}_{ij}$ e $\bar{I}_{sj}$, respectivamente. Así, las ecuaciones de admitancias nodales pueden escribirse según se indica en [30].

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{I}_s \end{bmatrix} \quad [30]$$

El subíndice 1 se refiere a los nudos retenidos y el subíndice 2 a los nudos que se van a eliminar.

Aplicando la fórmula de eliminación de Gauss, obtenemos una forma reducida equivalente del conjunto de ecuaciones.

Las fuentes de corriente equivalentes de cada clase en los nudos retenidos se convierten después a cargas del tipo de corriente y potencia constante, respectivamente.

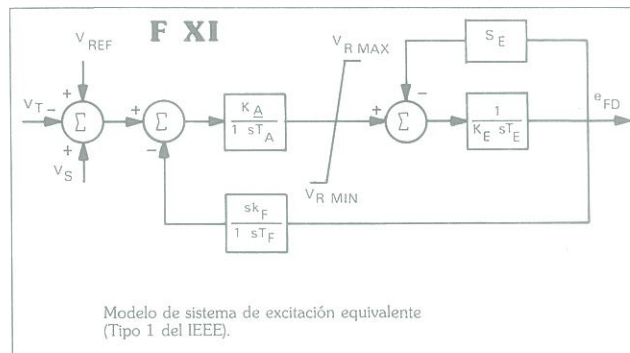
En la aplicación de este método conviene dividir el sistema en áreas que sean muy coherentes, con objeto de mantener una buena exactitud en el comportamiento dinámico del equivalente.

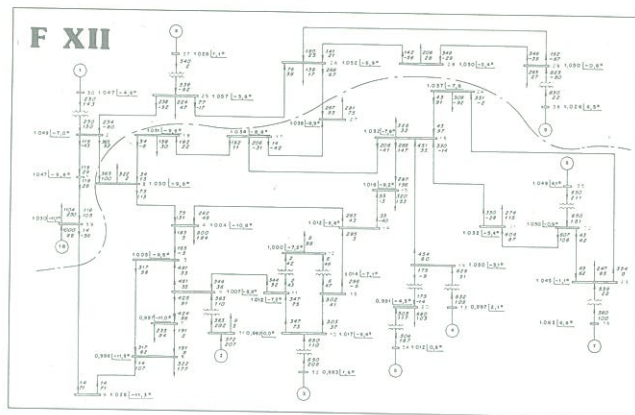
El segundo método de reducción, denominado de la red equivalente radial independiente, consiste en lo siguiente (figura 8).

Primero, las potencias reales de carga no lineal en los nudos que se van a eliminar se transfieren a un nudo hipotético R. Por tanto, la potencia compleja del nudo R es la indicada en la figura 8b.

Entre el nudo hipotético R y los nudos originales a reducir se introduce una red en estrella con la condición de que la potencia compleja absorbida por la red añadida sea cero. Con esta condición, el flujo de carga total para los nudos originales será igual al flujo de carga de salida del nudo R.

La tensión sobre el nudo G se puede fijar arbitrariamente; fijada ésta, las admitancias de la red adicional quedan determinadas por la condición de que los flujos de potencia sobre los nudos originales se mantengan iguales a la condición base.





En efecto:

$$\bar{Y}_j = \frac{\bar{I}_j}{\bar{V}_j - \bar{V}_G} \quad [31]$$

siendo

$$\bar{I}_j = \frac{\bar{S}_j^*}{\bar{V}_j} \quad [32]$$

y la intensidad del nudo R ha de ser:

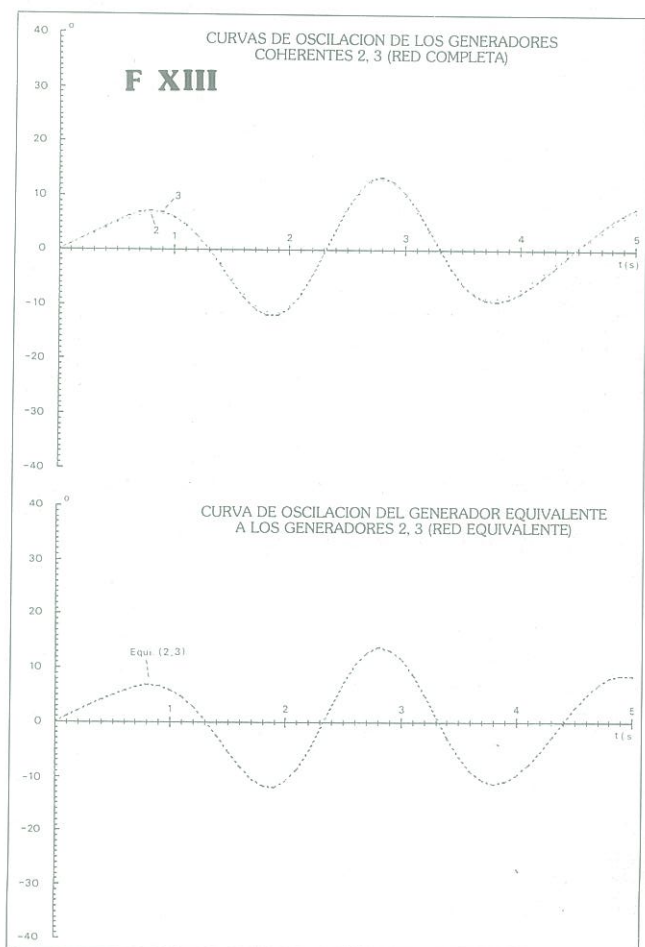
$$\bar{I}_R = \sum_{j=1}^n \bar{I}_j \quad [33]$$

Así:

$$\bar{V}_R = \frac{\bar{S}_R}{\bar{I}_R} \quad [34]$$

y la admitancia asociada a la rama R es:

$$\bar{Y}_R = \frac{\bar{I}_R}{\bar{V}_G - \bar{V}_R} \quad [35]$$



Una vez determinada la red adicional, los nudos de la red original o son pasivos o contiene sólo cargas del tipo de impedancia constante y ahora se pueden eliminar éstos empleando el método de Gauss.

OBTENCION DE LAS UNIDADES GENERADORAS EQUIVALENTES

Una vez que se ha realizado la reducción de los nudos de generación y de carga de la red, se procede a la obtención de las unidades generadoras equivalentes a cada grupo de generadores coherentes.

Cada unidad generadora está constituida por los siguientes elementos: una máquina síncrona, un sistema de excitación, un sistema regulador-turbina y un sistema estabilizador de potencia. Los distintos modelos de estos elementos son los dados por el WSCC (Western Systems Coordinating Council) (4).

Por definición de coherencia, las unidades generadoras de un grupo coherente tienen la misma velocidad ω y la misma tensión terminal $\bar{V}_i$ después de conectar todas éstas a un único nudo, como resultado de la reducción de los nudos de generación de la red, como hemos visto anteriormente.

En el diagrama de bloques de la figura 9 se representan las relaciones funcionales entre la potencia mecánica, la potencia eléctrica de salida de una unidad generadora individual, la velocidad ω y la tensión terminal V_t , consideradas estas últimas como variables de entrada. Un diagrama de bloques similar a éste se usa para modelar las unidades generadoras equivalentes, donde las potencias individuales se reemplazan por las potencias totales mecánicas y eléctricas de salida del grupo.

El objetivo es especificar las características de este modelo equivalente, conocidas las del modelo de cada unidad generadora individual. Unas y otras se formulan considerando separadamente la dinámica del rotor, el modelo de máquina síncrona, el modelo de sistema de excitación y el modelo de sistema estabilizador de potencia.

Los parámetros de cada modelo equivalente se ajustan numéricamente, de forma que el error entre la función de transferencia de este modelo equivalente y la función de transferencia total resultante de las unidades individuales agrupadas sea mínimo. La función de error a minimizar es la suma de los cuadrados de las magnitudes de las diferencias relativas, entre dichas funciones de transferencia, para determinadas frecuencias discretas. Esta minimización se realiza en todos los casos por el método del gradiente mediante el algoritmo de Powel [8], que no precisa del cálculo de derivadas.

Las funciones de transferencia que se tratan son las indicadas en la tabla 1.

En cuanto a la dinámica del rotor, se deduce inmediatamente que la constante de inercia y el coeficiente de amortiguamiento de la máquina equivalente es la suma de los respectivos de las máquinas agrupadas.

Para el conjunto regulador y turbina, no teniendo en cuenta la válvula ni los valores límites de ésta, la función de transferencia es:

$$G_j(S) = \frac{\Delta P_{Mj}(S)}{\Delta \omega(S)} \quad [36]$$

y para la turbina equivalente se verifica que:

$$\Delta P_M(S) = \sum_j \Delta P_{Mj}(S) = \left[\sum_j G_j(S) \right] \Delta \omega(S) \quad [37]$$

La dificultad de encontrar un modelo equivalente simple para unidades de vapor e hidráulicas conectadas al mismo nudo hace que estas unidades se agrupen por separado.

Las funciones de transparencia equivalentes de los conjuntos regulador-turbina, hidráulica y de vapor son, respectivamente, [38] y [39].

$$G_{\text{hidro}}^*(S) = K \frac{1 + ST_2}{(1 + ST_1)(1 + ST_3)} \cdot \frac{1 + ST_w}{1 + ST_{w/2}} \quad [38]$$

$$G_{\text{vapor}}^*(S) = K \frac{1 + ST_2}{(1 + ST_1)(1 + ST_3)} \cdot \frac{1}{1 + ST_4} \quad [39]$$

con los parámetros K , T_1 , T_2 , T_3 y T_w o T_4 desconocidos.

Los límites de la variable de entrada del modelo equivalente se obtienen como suma de cada uno de los límites de las unidades individuales y la máxima velocidad de apertura de la entrada se obtiene como la media ponderada, con los respectivos límites máximos de entrada, de las velocidades de apertura de las unidades individuales.

El diagrama de bloques indicado en la figura 10 corresponde al modelo de máquina síncrona y sistema de excitación y se aplica tanto a las unidades individuales como a las equivalentes. Este modelo corresponde al modelo de dos ejes, d-q-o dado por Park (5).

Cuando en un grupo coherente hay modelos clásicos y detallados de máquinas síncronas, los modelos clásicos se agrupan por separado, para formar una unidad clásica equivalente.

Para la obtención de la máquina equivalente a los modelos detallados, partimos de las ecuaciones diferenciales, en p. u., de la máquina síncrona en el período transitorio.

$$\frac{de'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} \left[ke_d - e'_q - (X_d - X'_d) i_d \right] \quad [40]$$

$$\frac{de'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{qo}} \left[-e'_d + (X_q - X'_q) i_q \right] \quad [41]$$

$$V_q = e'_q - X'_d i_d - R_a i_q \quad [42]$$

$$V_d = e'_d + X'_q i_q - R_a i_d \quad [43]$$

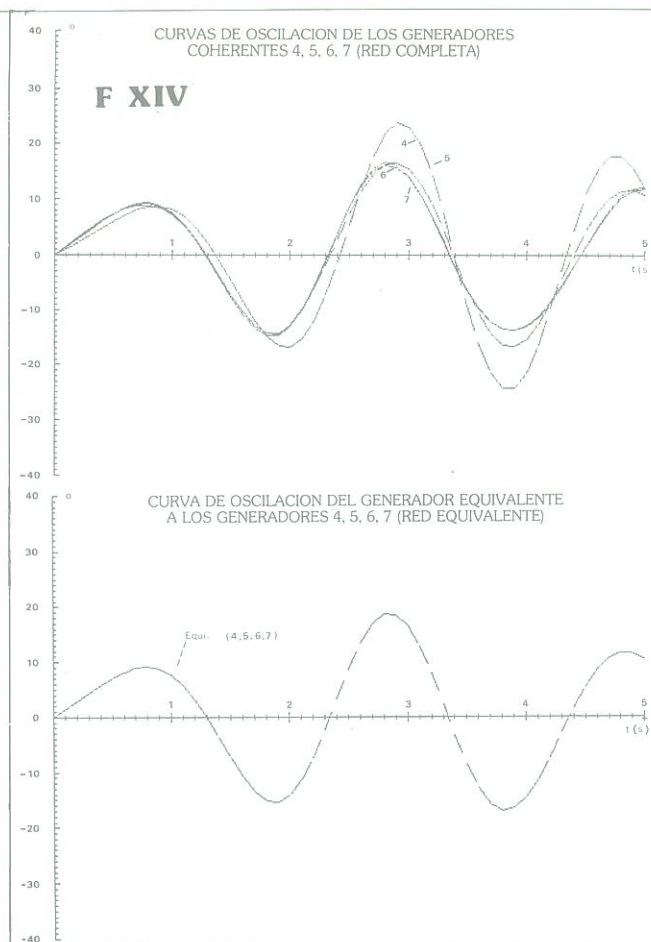
Tomando transformadas de Laplace, obtenemos las expresiones que dan las intensidades terminales en función de las tensiones terminales y de la tensión de excitación, expresión [44].

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Y_{dq} \\ Y_{qd} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{df} \\ 0 \end{bmatrix} e_{fd} \quad [44]$$

La posición del eje q_j de la máquina j , respecto de la dirección de la tensión terminal común a todas las unidades coherentes, viene definida por el ángulo interno del rotor δ_j , como se indica en la figura 11.

Los ejes D y Q indicados en la figura 11 corresponden a los ejes ortogonales de la máquina equivalente.

Las componentes de tensión e intensidad de cada máquina se refieren a los ejes de la máquina equivalente mediante una transformación de giro.



Por estar todas las máquinas de un mismo grupo coherente conectadas al mismo nudo equivalente y referidas a los mismos ejes, la inyección de intensidad total en el nudo es la suma de las intensidades suministradas por cada una de las máquinas.

Así se verifica que:

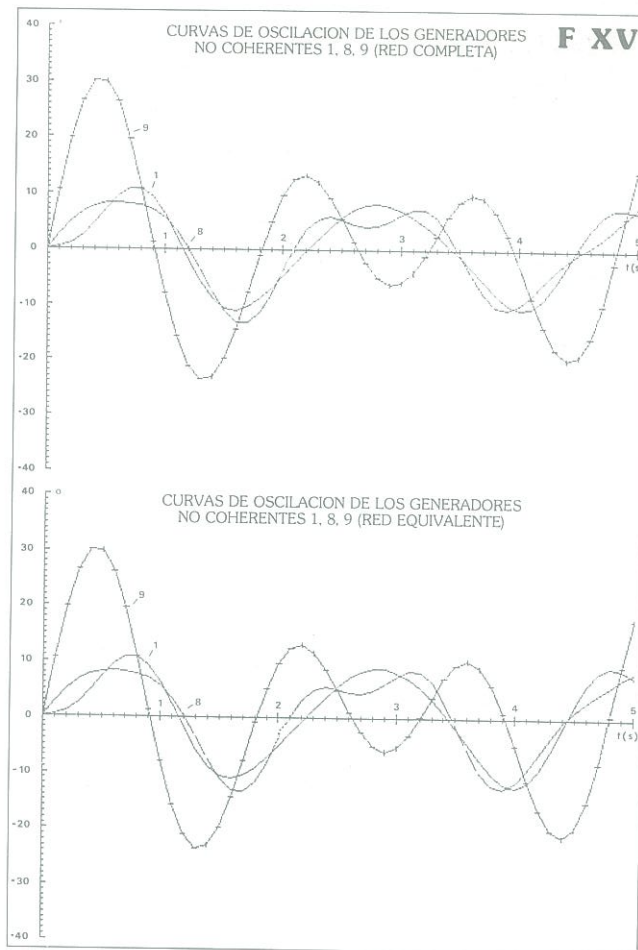
$$\begin{bmatrix} \sum i_{dj} \\ \sum i_{qj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DQ} \\ Y_{QD} & Y_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{DF} \\ Y_{QF} \end{bmatrix} e_{FD} \quad [45]$$

La potencia mecánica suministrada por el conjunto de las máquinas individuales, referidas a sus propios ejes, es:

T I

Funciones de transferencia en lazo abierto	Modelo equivalente
$\frac{\omega}{(E_{PM} - E_{PG})}$	Dinámica del rotor
$\frac{\sum P_M}{\Delta \omega}$	Regulador y turbina
$\frac{\sum i_T}{V_T}$	Sistema de excitación y máquina síncrona
$\frac{V_S}{u}$	Sistema estabilizador de potencia

Funciones de transferencia en lazo abierto que se van a aproximar mediante los modelos equivalentes.



$$P_G = \sum_j (V_{qj} i_{qj} + V_{dj} i_{dj}) \quad [46]$$

Después de la transformación de giro, ésta puede expresarse como:

$$P_G = V_Q \sum i_q + V_d \sum i_d \quad [47]$$

Al considerar el modelo de dos ejes para la máquina equivalente, se tiene para esta potencia la expresión:

$$P_G = V_Q i_Q^* + V_d i_D^* \quad [48]$$

verificándose para la máquina equivalente que:

$$\begin{matrix} i_D^*(S) & = & 0 & Y_{DQ}^*(S) & V_d & Y_{DF}^* \\ i_Q^*(S) & = & Y_{QD}^*(S) & 0 & V_Q & e_{FD} \end{matrix} \quad [49]$$

Para que la ecuación [45] represente el modelo de máquina equivalente de dos ejes, es necesario determinar el ángulo θ de los ejes D-Q de ésta de tal forma que los elementos de la diagonal Y_{DD} e Y_{QQ} , así como el elemento Y_{QF} , sean nulos.

Si el cálculo de [45] se hizo con $\theta=0$, el valor de $\Delta\theta$, para que se cumpla que sean cero los elementos de la diagonal, viene dado por

$$t_g \Delta\theta = \frac{-2Y_{DD}}{Y_{DQ} + Y_{QD}} \quad [50]$$

Como las admitancias dependen de la frecuencia, la condición anterior y la condición $Y_{QF}=0$ se cumplen sólo aproximadamente.

Se obtiene una buena aproximación cuando el $\Delta\theta$ elegido verifica la ecuación [50] para $S \rightarrow j\infty$.

Los parámetros de la máquina síncrona equivalente se determinan por separado para cada eje, mediante la identificación de las admitancias operacionales equivalentes con las del conjunto de máquinas que la forman.

Seguidamente pasamos a determinar el sistema de excitación equivalente.

Dado que la tensión de excitación de cada máquina influye en el valor de la componente de la intensidad total de eje directo, se verifica

$$\begin{aligned} \frac{\sum_j \Delta i_{Dj}}{\Delta V_T} &= \sum_j \frac{\Delta i_{Dj}(S)}{\Delta e_{fdj}(S)} \frac{\Delta e_{fdj}(S)}{\Delta V_T(S)} = \\ &= \sum_j Y_{dfj}(S) \cos \phi_j G_{Ej}(S) \end{aligned} \quad [51]$$

La análoga función de transferencia de la máquina síncrona equivalente es:

$$\frac{\Delta i_D^*(S)}{\Delta V_T} = Y_{DF}^*(S) \frac{\Delta e_{FD}(S)}{\Delta V_T(S)} \quad [52]$$

Así, la función de transferencia del sistema de excitación equivalente viene dada por

$$G_E^*(S) = \frac{\Delta e_{FD}}{\Delta V_T} = \sum_j \frac{Y_{dfj}(S)}{Y_{DF}^*(S)} \cos \phi_j G_{Ej}(S) \quad [53]$$

La expresión entre paréntesis se considera como un factor de ponderación de cada sistema de excitación individual. Este factor tiene en cuenta los parámetros de la máquina a la que pertenece y los de la máquina equivalente. En la figura 10 se representa el diagrama de bloques correspondiente a la obtención de la tensión de salida equivalente y en la figura 11 el modelo de sistema de excitación equivalente adoptado.

Los límites del sistema de excitación equivalente se calculan introduciendo, simultáneamente, una señal escalón de amplitud igual al límite del respectivo regulador, a la entrada de cada uno de los sistemas de excitación.

El sistema estabilizador de potencia equivalente se obtiene mediante la representación de la dependencia entre la tensión de excitación y el valor de la señal de entrada al estabilizador.

Como la señal de entrada $u(s)$ ha de ser la misma para todos los estabilizadores de un grupo cuyo equivalente se va a obtener, la relación entre la tensión de excitación y la señal de entrada es:

$$\frac{\Delta e_{FD}}{u(s)} = \sum_j W_j(S) G_{Ej}(S) G_{sj}(S) \quad [54]$$

y para el sistema equivalente:

$$\frac{\Delta e_{FD}}{u(s)} = G_E^*(S) G_s^*(S) \quad [55]$$

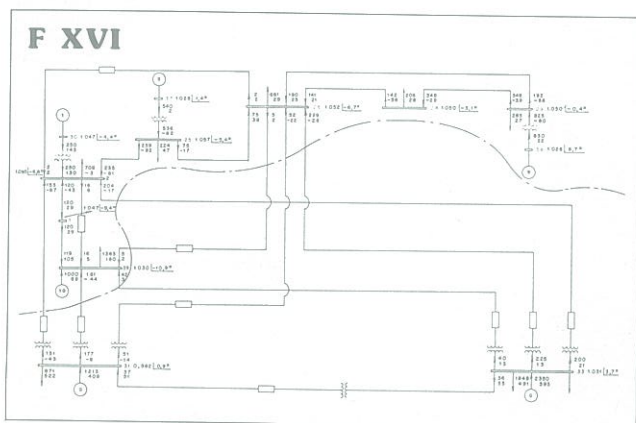
El límite del estabilizador de potencia equivalente lo obtenemos de:

$$V_{SLIM} G_E^*(0) = \sum_j V_{SLIMj} G_{Ej}(0) W_j(0) \quad [56]$$

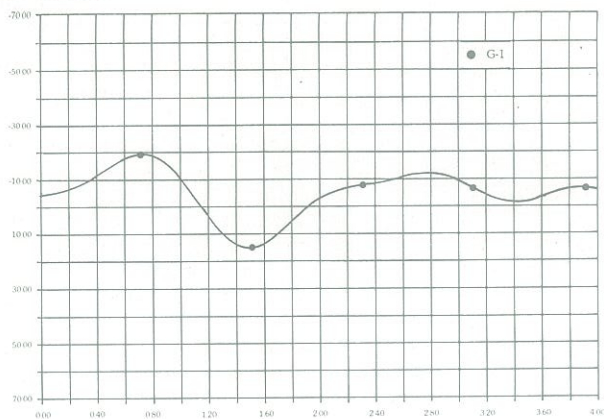
donde los $W_j(0)$ son los factores de peso definidos en la ecuación [53].

EJEMPLOS DE APLICACION

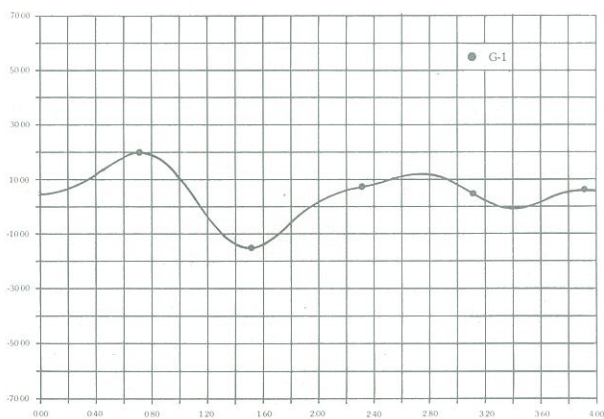
Equivalente dinámico de la red de Nueva Inglaterra con 39 nudos, 46 líneas y 10 generadores (figura 12). En ésta retenemos, como área de estudio, el área 1, parte superior de la línea de trazos. El resto de la red, área 2, se convierte en una red equivalente muy reducida interconectada al área de estudio a través de los nudos frontera.



F XVII



ÁNGULO RELATIVO AL GENERADOR 10 EN FUNCIÓN DEL TIEMPO EN SEGUNDOS RED COMPLETA



ÁNGULO RELATIVO AL GENERADOR 10 EN FUNCIÓN DEL TIEMPO EN SEGUNDOS RED EQUIVALENTE

Los estudios de estabilidad realizados sobre la red completa y sobre la red equivalente muestran la eficacia y exactitud del equivalente dinámico obtenido.

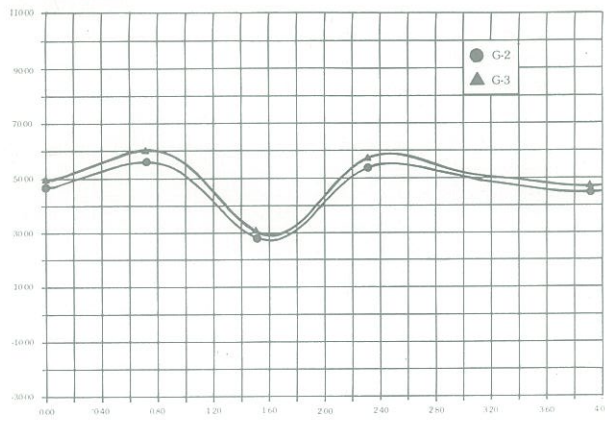
El resultado del análisis de la coherencia realizado por los procedimientos descritos, es el siguiente:

Las diez unidades generadoras se clasifican en seis grupos, cuatro de ellos solamente contienen un único generador, hay un grupo que contiene dos generadores y otro que contiene cuatro, es decir:

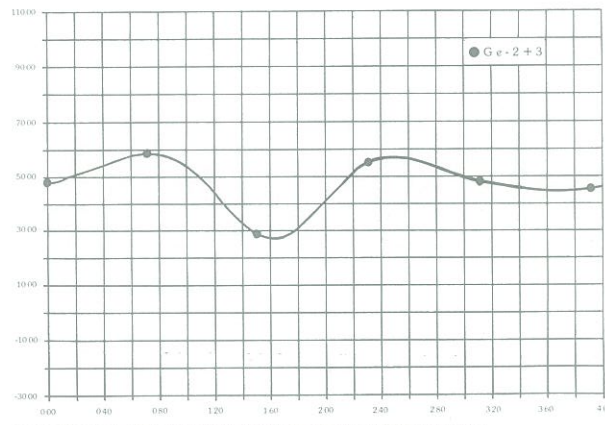
- Las unidades generadoras 1, 8, 9 y 10 no son coherentes entre sí ni con ninguna otra.
- Las unidades generadoras 2 y 3 son coherentes.
- Las unidades generadoras 4, 5, 6 y 7 son coherentes.

La verificación de que esta clasificación es correcta se puede ver en las figuras 17 a 21, donde se representan las curvas de oscilación del sistema para un fallo de las mismas características.

F XVIII



ÁNGULO RELATIVO AL GENERADOR 10 EN FUNCIÓN DEL TIEMPO EN SEGUNDOS RED COMPLETA



ÁNGULO RELATIVO AL GENERADOR 10 EN FUNCIÓN DEL TIEMPO EN SEGUNDOS RED EQUIVALENTE

Para realizar el análisis de la coherencia mediante el nuevo método desarrollado, se determinan las aceleraciones iniciales que aparecen en cada generador como consecuencia del fallo producido y la matriz de coeficientes α . Esta matriz, junto con las sumas totales y parciales de los coeficientes de sus filas, se da en la tabla 2.

De ésta se deduce que los generadores 2 y 3 son fuertemente coherentes, ya que ambos tienen casi iguales valores de aceleración inicial, de St y de Sp .

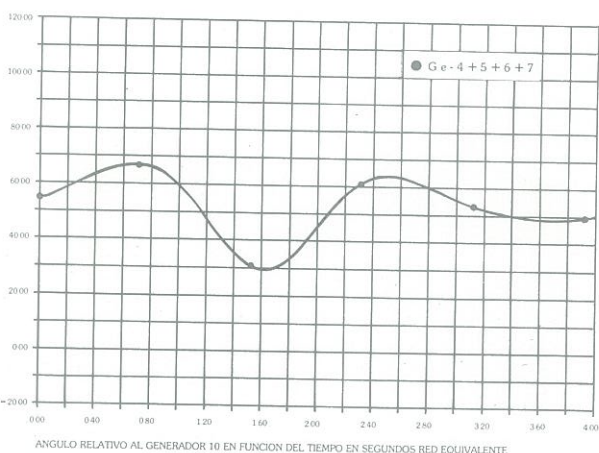
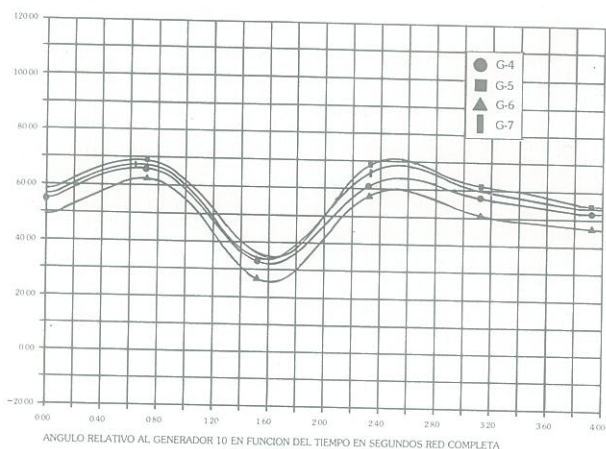
Igualmente, los generadores 4, 5, 6 y 7 forman un grupo coherente, ya que cumplen las condiciones especificadas anteriormente, pero el generador 5 tiene un valor de Sp bastante distinto de los demás y con un criterio de coherencia más estricto no se podría incluir en dicho grupo. A esta misma conclusión se llega también analizando las curvas de oscilación aproximadas obtenidas por el otro método o integrando el sistema de ecuaciones diferenciales de coeficientes α (figuras 13 a 15).

T II

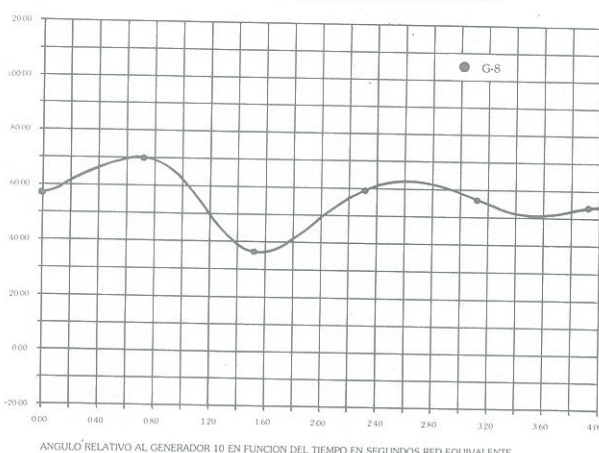
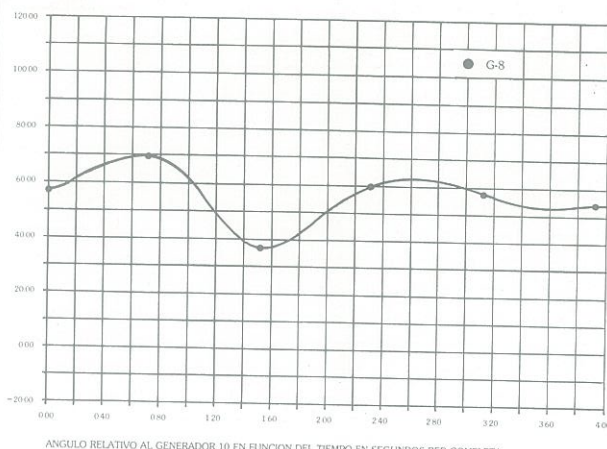
Generador	α_i	Matriz de coeficientes α									St_i	Sp_i
1	1.144	58.707	-3.256	-4.205	-4.435	-1.893	-4.413	-3.523	-11.219	-4.814	20.947	—
2	3.468	-2.540	46.856	-10.151	-2.950	-1.344	-3.010	-2.417	-2.067	-1.559	20.817	36.705
3	3.675	-2.788	-8.476	46.155	-3.583	-1.617	-3.642	-2.923	-2.241	-1.754	19.132	37.679
4	5.927	-3.672	-2.914	-4.385	63.277	-14.237	-10.204	-8.170	-3.197	-3.380	13.115	30.665
5	3.988	-0.003	-0.498	-1.060	-13.491	36.151	-3.717	-2.991	-0.713	-1.099	12.578	15.950
6	5.124	-2.533	-2.137	-3.311	-8.018	-3.550	54.461	-16.971	-2.397	-2.636	12.907	25.922
7	5.601	-2.687	-2.271	-3.500	-8.400	-3.727	-22.286	61.664	-2.536	-2.774	13.484	27.252
8	9.438	-17.905	-2.711	-3.597	-4.123	-1.847	-4.179	-3.351	65.902	-6.925	21.264	—
9	36.897	-2.481	-0.368	-0.743	-1.763	-0.860	-1.849	-1.494	-3.347	26.821	13.915	—
10	0.0027706											

Matriz de coeficientes α ; sumas totales, St , y parciales, Sp , de sus filas y aceleraciones iniciales, para un fallo producido en el nudo 29.

F XIX



F XX



Mediante la obtención de las curvas de oscilación del sistema linealizado inicial y del de su equivalente reducido (tabla 3), para el mismo fallo producido en el nudo 29 (figuras 13 a 15), vemos la gran exactitud de la respuesta del sistema equivalente obtenido.

Dichas curvas de oscilación se han obtenido por integración directa de las ecuaciones diferenciales de segundo orden de los sistemas lineales, completo y equivalente, mediante el algoritmo de integración propuesto, utilizando un paso de integración de 0,1 s. Las curvas así obtenidas, de forma muy rápida, conducen a la misma clasificación de los generadores en grupos coherentes que la realizada por los métodos anteriores.

Puede obtenerse una reducción equivalente más exacta de la red no lineal, según se ha indicado en el punto 3, para lo cual, una vez realizada la clasificación de generadores en grupos coherentes, se procede a la reducción del número de nudos terminales de generación.

Después de la reducción de los nudos de generación se procede a la reducción del número de nudos de carga de la red externa.

Como resultado de esta reducción se obtiene una red equivalente que está formada por 20 líneas y 12 nudos, de los que 6 son nudos generadores y el resto nudos de carga (figura 16).

Los flujos de cargas dentro del área retenida son prácticamente los mismos en la red real y en la red equivalente, como se puede ver en las figuras 12 y 16.

Una vez que todos los nudos generadores de un mismo grupo coherente se han reducido a un único nudo generador, con todas las unidades del grupo coherente conectadas en paralelo sobre él, y realizada la reducción de los nudos de carga, se procede a la obtención de las unidades generadoras equivalentes a cada uno de los grupos de unidades generadoras coherentes.

Como resultado, el programa obtiene los parámetros de los distintos elementos de las unidades generadoras equivalentes y mantiene los parámetros de las unidades generadoras que no han sufrido transformación alguna.

Con objeto de evaluar la exactitud del método de obtención de equivalentes dinámicos, comparamos la respuesta al mismo fallo de la red real completa y de su red equiva-

T III

Generador	a_i^{oe}	Matriz de coeficientes α equivalente				
1	1.144	58.707	-7.461	-14.265	-11.219	-4.814
2E	3.571	-2.664	37.192	-10.743	-2.154	-1.656
3E	5.160	-2.224	-5.019	24.947	-2.211	-2.472
8	9.438	-17.905	-6.308	-13.500	65.902	-6.925
9	36.897	-2.481	-1.111	-5.966	-3.347	26.281

Matriz de coeficientes α y aceleración iniciales del sistema lineal equivalente reducido.

lente. El fallo considerado es un cortocircuito trifásico a tierra en el nudo 29, con un tiempo de eliminación de tres ciclos, es decir, 0,06 s., por apertura sin reenganche de la línea 26-29.

Los resultados de estos estudios, para el fallo descrito, se presentan conjuntamente para la red completa y para la red equivalente en las figuras 17 a 21.

De la observación de las curvas anteriores deducimos la gran exactitud de respuesta de los equivalentes dinámicos obtenidos en base a la coherencia, dado que las respuestas obtenidas mediante la red completa y mediante la red equivalente son prácticamente iguales.

Por otra parte, el tiempo de CPU, para el estudio de la estabilidad transitoria mediante la red completa, es de 348,65 s. ($5^m 48,65^s$), mientras que el mismo estudio realizado con la red equivalente requiere sólo 214,63 s. ($3^m 34,63^s$), lo cual supone una sustancial economía de tiempo de CPU ($2^m 14,02^s$), a pesar de que la red no es muy grande y de que el fallo no da lugar a múltiples aperturas de líneas, pues esto, y un mayor tamaño de la red completa, harían que la economía de tiempo fuera todavía mayor.

En cuanto a la economía de memoria, ésta es evidente, ya que hemos pasado de una red con 39 nudos, 46 líneas y 10 generadores a una red equivalente con 12 nudos, 20 líneas y 6 generadores, elementos éstos cuyos modelos representativos siguen siendo los mismos.

Equivalente dinámico reducido de la interconexión de las redes de España, Francia y Portugal, con un total de 492 nudos, 823 líneas y 139 generadores, para un fallo trifásico producido en barras de la Central Nuclear de Almaraz.

En el equivalente dinámico obtenido se retiene, como área de estudio, una zona que comprende las áreas geográficas del Tajo inferior, Madrid y Levante, que constituyen una red de 85 nudos, 131 líneas y 18 generadores. Dos de estos últimos están representados por impedancia constante.

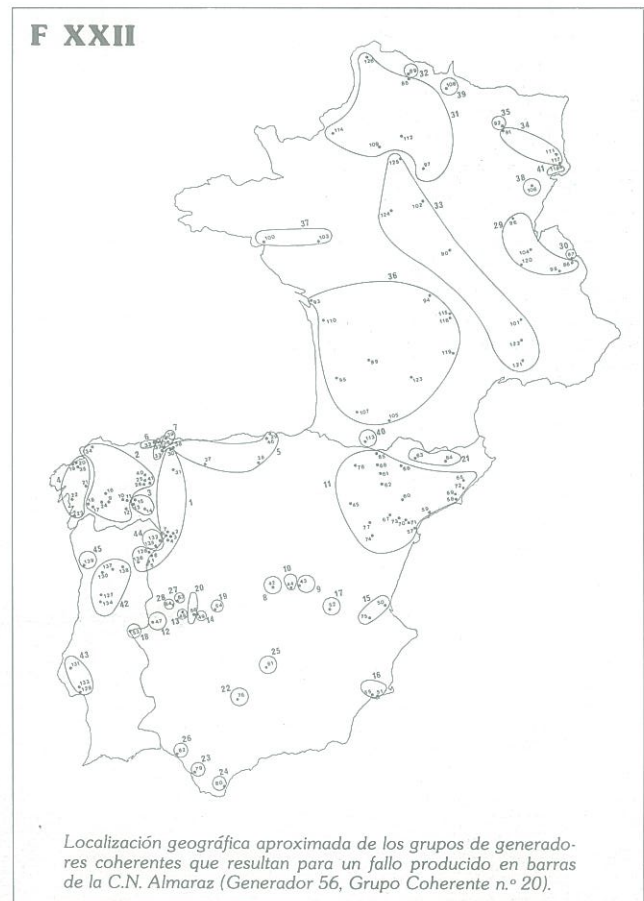
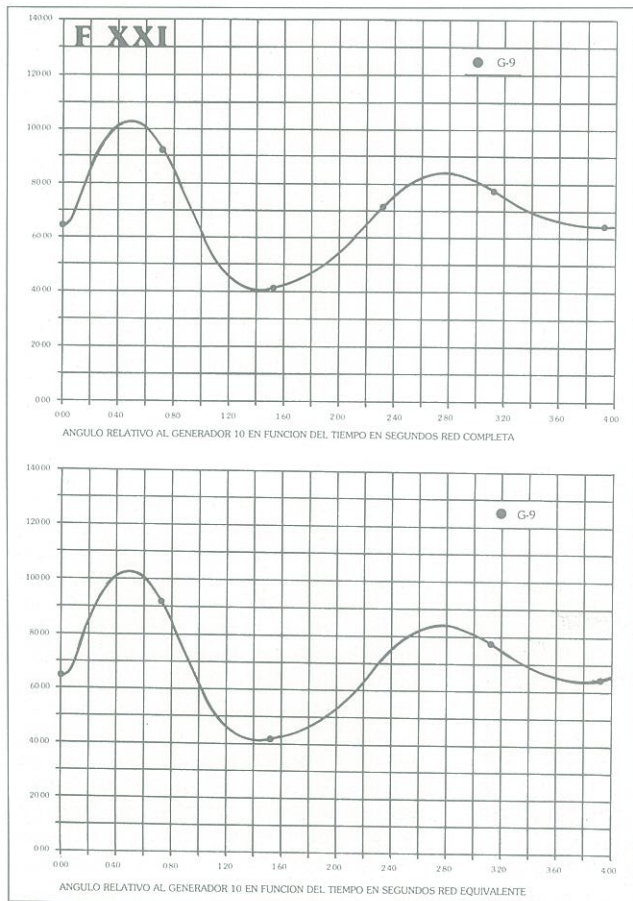
Como resultado del análisis de la coherencia, las 139 unidades generadoras se han clasificado en 45 grupos coherentes (figura 22), 26 de los cuales contienen solamente una unidad generadora, 4 contienen dos y los res-

tantes un número mayor, llegando a contener hasta 20 unidades generadoras, como ocurre en el grupo coherente 11, localizado en las áreas geográficas de Aragón y Cataluña.

El equivalente obtenido contiene 130 nudos, 349 líneas y 60 unidades generadoras, distribuidas en 47 nudos, 30 de éstos contienen una única unidad generadora que no ha sufrido variación en sus parámetros. Luego 17 nudos contienen las 30 unidades generadoras equivalentes a las 99 unidades generadoras restantes, distribuidas de la siguiente forma: 5 nudos contienen un único tipo de unidad equivalente, térmica o hidráulica; 11 nudos contienen dos tipos, una térmica y otra hidráulica, y un nudo contiene tres tipos de unidades equivalentes (además de térmica e hidráulica, contiene una unidad clásica equivalente).

BIBLIOGRAFIA

1. CASTRO-LEON, E. G., y EL-ABIAD, A. H., «Bibliography on Power System Dynamic Equivalents and Related Topics», IEEE PES Winter Meeting, paper A80034-9, New York, February 1980.
2. DE MELLO, R. W.; PODMORE, R., y STANTON, K. N., «Coherency Bared Dinamic Equivalents: Applications in Transient Stability Studies», Conference Proceedings PICA, págs. 23-21, 1975.
3. GERMOND, A. J., y PODMORE, R., «Dynamic Aggregation of Generating Unit Models», IEEE Trans. on PAS, vol. 97, págs. 1060-1069, July/Aug. 1978.
4. MARTINEZ, M. J., «Equivalentes Dinámicos de las Redes de Energía Eléctrica». Tesis leída en la E.T.S.I.I., diciembre 1982.
5. PARK, R. H., «Definition of an Ideal Synchronous Machine». General Electric Review, vol. 31, págs. 332, 1928.
6. PETERSON, N. M.; TINNEY, W. F., y BREE, D. W. Jr., «Iterative Lienar AC Power Flow Solution for Fast Approximate Outage Studies», IEEE Trans. on PAS, vol. 91, páginas 2048-2056, Sep/Oct. 1972.
7. PODMORE, R., «Identification of Coherent Generators for Dynamic Equivalents», IEEE Trans. on PAS., vol. 97, July/Aug. 1978.
8. POWEL, M. J. D., «An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives», The Computer Journal, n.º 7, páginas 155-162, 1964.



Localización geográfica aproximada de los grupos de generadores coherentes que resultan para un fallo producido en barras de la C.N. Almaraz (Generador 56, Grupo Coherente n.º 20).