



José Luis MUÑOZ-COBO es Catedrático de Ingeniería Nuclear de la Universidad Politécnica de Valencia. Ha sido profesor visitante del Laboratorio Nacional de Oak Ridge e investigador asociado de la Universidad de Tennessee en Knoxville.



Gumersindo VERDU MARTIN es profesor titular de Ingeniería Nuclear de la Universidad Politécnica de Valencia y Dr. Ingeniero Industrial. Ha colaborado en distintos proyectos con el CSN, CIEMAT, AE, INTECSA, etc.

LAS INESTABILIDADES EN REACTORES BWR COMO CICLOS LIMITES DE UNA BIFURCACION DE HOPF

J. L. MUÑOZ-COBO - G. VERDU

INTRODUCCION

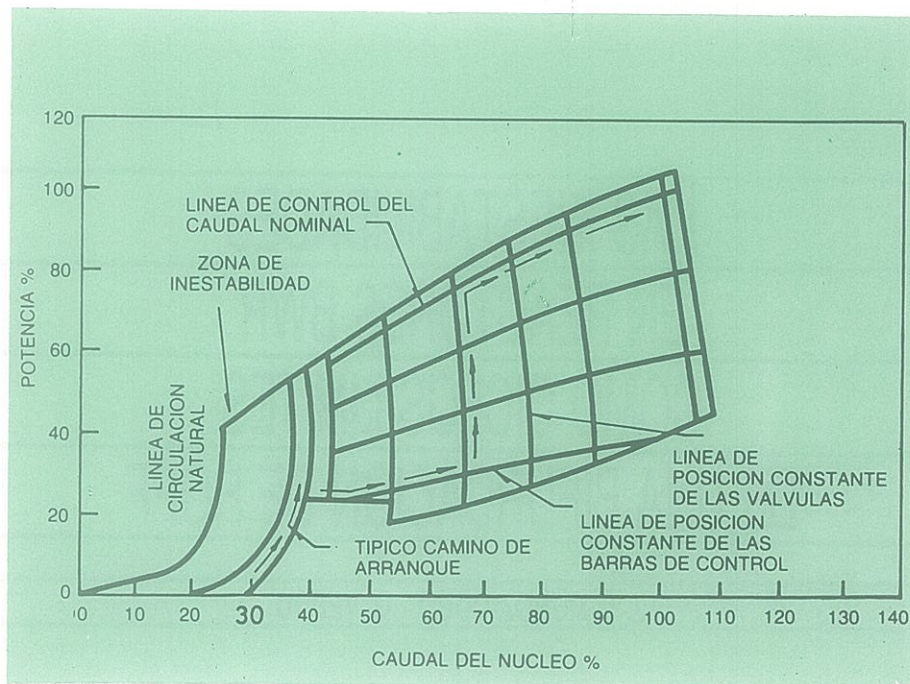
El estudio de las inestabilidades que surgen en los reactores nucleares BWR cuando éstos trabajan en condiciones de bajo caudal y relativamente altos niveles de potencia (por ejemplo, 32% de caudal y 51% de potencia) se ha convertido en un tópico clásico que ha sido estudiado por distintos autores (1, 2, 3).

Si se observa un diagrama típico de caudal-potencia, se observa que la zona de inestabilidades está situada en la zona indicada en la figura 1. En dicho diagrama se ha dibujado la línea de circulación natural (situada a la izquierda del diagrama), la línea de control del caudal nominal (que pasa por el punto de 100% de caudal y 100% de potencia) y las líneas de posición constante de la

válvula y de posición constante de las barras de control (4). Durante el arranque de la planta se sigue un camino en el diagrama caudal-potencia que evita el entrar en la zona de inestabilidades.

Sin embargo, el hablar de "inestabilidades" no es del todo correcto cuando el problema se analiza desde el punto de vista de la dinámica no lineal, ya que el hecho de que las ecuaciones linealizadas presenten soluciones inestables, lo que haría pensar a un ingeniero de control clásico que estamos ante una situación inestable, no quiere decir en absoluto que las soluciones reales no estén acotadas, pues en determinados casos las soluciones, aunque presenten un comportamiento oscilatorio, sin embargo, están acotadas.

En el caso concreto de los reactores BWR, sus ecuaciones presentan lo que los matemáticos llaman una bifurcación de Hopf, las soluciones tienden a un



F I Diagrama típico caudal potencia (4).

ciclo límite estable, es decir, a una solución periódica que se repite cada cierto tiempo, pero que se mantiene acotada.

Este tipo de comportamiento, que podríamos pensar como algo inusual, sin embargo, es común en el mundo de la ingeniería. La historia del regulador centrífugo de James Watt nos proporciona un ejemplo interesante de bifurcación de Hopf. Este dispositivo fue inventado por Watt en el año 1782, con objeto de controlar los motores de vapor, que por aquellos tiempos se usaban principalmente para bombear agua y para mover los montacargas de las minas. Como es bien sabido por todos, la idea del regulador es la siguiente: cuando el motor gira a una velocidad menor que la deseada, las bolas del regulador bajan, lo que abre una válvula y aumenta el caudal de vapor al motor. Si, por el contrario, el motor gira demasiado rápido, las bolas del regulador suben, lo que cierra la válvula, con lo que disminuye el caudal de vapor al motor. El ángulo de equilibrio del conjunto que sujeta a las bolas viene determinado por un balance entre la fuerza de la gravedad y la fuerza centrífuga debida a la rotación.

Los reguladores de Watt funcionaron perfectamente durante el primer siglo desde su introducción. En el año 1868 había ya solamente en Inglaterra 75.000 motores de vapor con reguladores Watt.

Sin embargo, en un gran porcentaje de los mismos se observó un comportamiento bastante curioso. Dependiendo

de las condiciones de operación, los controladores de Watt de muchos de estos motores de vapor oscilaban para las velocidades de operación correctas y nunca alcanzaban el equilibrio, es decir, nunca alcanzaban una velocidad angular constante. Otros, sin embargo, oscilaban antes de alcanzar las condiciones de estado estacionario.

La cura para este comportamiento anómalo vino en la forma de amortiguadores, que se añadieron a los reguladores, determinándose empíricamente la cantidad de amortiguamiento necesaria para eliminar la oscilación (5).

El primer estudio serio de lo que ocurría fue debido a I. A. Vyshnegradskii, en 1876, que obtuvo un criterio de estabilidad en forma de una desigualdad, en la cual entraban los parámetros físicos del sistema. Vishnegradskii demostró que debía haber una cantidad mínima de amortiguamiento en el sistema con el fin de garantizar la estabilidad.

En la época en que Watt introdujo su regulador, debido al pequeño tamaño de motores y reguladores, la fricción natural del sistema era suficiente para garantizar la estabilidad, sin embargo, a medida que fue transcurriendo el tiempo, los motores de vapor y los reguladores se hicieron mayores, con lo que cambiaron los parámetros físicos del sistema, lo que originó que el amortiguamiento natural no fuese suficiente para garantizar la estabilidad del sistema. En este caso, el parámetro de la bifurcación es la cantidad γ de amortiguamiento. Si el

amortiguamiento es menor que un determinado valor γ_c , llamado valor crítico, entonces el sistema es inestable y el regulador no alcanza el equilibrio, presentando un comportamiento oscilatorio. Así pues, el criterio de estabilidad para el regulador de Watt es $\gamma > \gamma_c$.

A medida que disminuye el amortiguamiento γ , haciéndose inferior al valor crítico γ_c , el análisis de estabilidad lineal nos muestra que la pérdida de estabilidad se debe a un par de valores propios conjugados μ de la matriz de coeficientes del sistema linealizado (matriz Jacobiana). La parte real de este par de valores propios varía con γ para $\gamma > \gamma_c$, sucede que $\text{Re } \mu(\gamma) < 0$, y, por lo tanto, el sistema es estable, ya que el resto de los valores propios son negativos. Si sucede que $\gamma < \gamma_c$, entonces $\text{Re } \mu(\gamma) > 0$, y el sistema es inestable desde el punto de vista de la estabilidad lineal.

DISTINTOS NIVELES DE ANALISIS PARA EL ESTUDIO DE LOS CICLOS LIMITES

El análisis cualitativo de la bifurcación de Hopf y los ciclos límites correspondientes puede efectuarse con modelos simplificados fenomenológicos, que tienen en cuenta las principales variables físicas que intervienen en el problema. Este tipo de modelos tratan la cinética como cinética puntual, con un solo grupo de neutrones diferidos, una representación de un nodo para la transferencia de calor en el combustible y suelen diferir en el tratamiento de la termohidráulica; por ejemplo, el de March-Leuba (1, 2) utiliza una representación de dos nodos para la termohidráulica del canal, con el fin de tener en cuenta la realimentación por huecos. Dentro de este primer tipo de modelos puede incluirse también el modelo de Ward y Lee (6, 7), que utiliza un canal de ebullición con dos regiones, una subenfriada y otra con dos fases, siendo variable con el tiempo el contorno que separa ambas regiones.

Un segundo tipo de modelos son aquellos que poseen una cinética puntual, un modelo de dos nodos para la transmisión del calor en el combustible, un canal unidimensional, en el cual se plantean las ecuaciones de conservación clásicas de la masa, energía y momento, y que se divide en un número arbitrario de nodos, generalmente de 12 a 24. Estos modelos poseen, en general, una dinámica simplificada del lazo de recirculación, ejemplo de este tipo de modelos es el TLAP (2). Un tercer tipo de modelos son aquellos que poseen varios canales en el núcleo y hacen un estudio detallado del lazo de recirculación, considerando una serie de

celdas en el mismo, a las cuales aplican ecuaciones de conservación macroscópicas de la masa, momento y energía. Estos códigos suelen incorporar un modelo del tipo "drift flux" para el tratamiento del flujo bifásico. Hay dos grandes grupos de códigos en este tercer tipo: aquellos que utilizan canales promediados, como HIPA y RETRAN, o bien zonas físicas, como el TRAC.

En este trabajo nos centramos en el análisis basado en modelos fenomenológicos del tipo 1, que dan una visión cualitativa del problema.

EL MODELO FENOMENOLOGICO

El modelo fenomenológico que hemos elegido (1, 3) contiene una representación puntual de la cinética del reactor, con un sólo grupo de neutrones diferidos, una representación de un nodo de la transferencia de calor en el combustible y de dos nodos para la termohidráulica del canal, y viene dado por:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(\rho - \beta)n}{\Lambda} + \lambda c + \frac{\rho}{\Lambda} \quad [1]$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\beta n}{\Lambda} - \lambda c \quad [2]$$

$$\frac{dT}{dt} = An - BT \quad [3]$$

$$\frac{d^2 \rho_a}{dt^2} + a_1 \frac{d\rho_a}{dt} + a_2 \rho_a = a_3 T \quad [4]$$

$$\rho = \rho_a + D_f T \quad [5]$$

en donde $n(t)$ es el exceso de densidad de neutrones normalizada a la densidad de neutrones en estado estacionario, es decir $[N(t) - N_0] / N_0$, siendo $N(t)$ la población de neutrones en el instante t y N_0 la población de neutrones en estado estacionario; $c(t)$ es el exceso de la concentración de precursores de neutrones diferidos, normalizada también a la densidad de neutrones en estado estacionario; $T(t)$ es el exceso de la temperatura media del combustible; finalmente, $\rho_a(t)$ es el exceso de la reactividad por huecos.

El sistema de ecuaciones [1] a [4] posee el punto de equilibrio correspondiente a las condiciones de funcionamiento $PA(n=c=T=\rho_a=0)$.

En el reactor Vermont-Yankee, durante el test de estabilidad 7N, se observó la aparición de un ciclo límite; los valores de los parámetros correspondientes a dicho test, en el presente modelo, fueron determinados (1) y vienen dados en la tabla I.

T I		
Parámetro	Valor	Unidades
β	0,0056	—
Λ	$4,00 \times 10^{-5}$	s^{-1}
λ	0,08	s^{-1}
D_f	$-2,52 \times 10^{-5}$	s^{-1}
A	25,04	$K s^{-1}$
B	0,23	s^{-1}
a_1	2,25	s^{-1}
a_2	6,82	s^{-2}
a_3	$-3,7037 \times 10^{-3}$	$K^{-1} s^{-2}$

Parámetros del modelo para el test 7N de la central de Vermont Yankee (ver referencia 1).

Si ahora definimos el vector columna $x(n, c, T, \rho_a, S)$, en donde $S = d\rho_a/dt$, encontramos que el sistema de ecuaciones [1] a [5] puede escribirse en la forma

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad [6]$$

y posee el punto de equilibrio $X_{eq}(0,0,0,0,0)$, correspondiente a las condiciones de funcionamiento.

Si ahora calculamos el Jacobiano $Df(x)$

evaluado en el punto de equilibrio para los tres casos siguientes:

$$\begin{aligned} a_3 &= a_{30} = -3,70361 \times 10^{-3}, \\ a_3 &= -3,70344 \times 10^{-3} > a_{30} \text{ y} \\ a_3 &= -3,7037 \times 10^{-3} < a_{30}, \end{aligned}$$

se obtiene que los valores propios correspondientes a estos tres casos son los dados en la tabla II.

Vemos que los autovalores de la matriz Jacobiana en el punto de equilibrio para las condiciones del test 7N son, dos de ellos complejos, conjugados con su parte real positiva, mientras el resto son negativos. Durante este test de estabilidad del reactor Vermont Yankee se observó, como ya se dijo, la aparición de un ciclo límite. Así pues, la aparición del ciclo límite está ligada con la presencia de un par de valores propios conjugados cuya parte real es positiva. Además, se observa la desaparición del ciclo límite cuando el valor del parámetro a_3 se hace mayor que el valor crítico a_{30} , en este caso, la parte real del par de valores propios complejos conjugados se hace negativa, y, por lo tanto, desaparece el ciclo límite, siendo estable el sistema desde el punto de vista lineal.

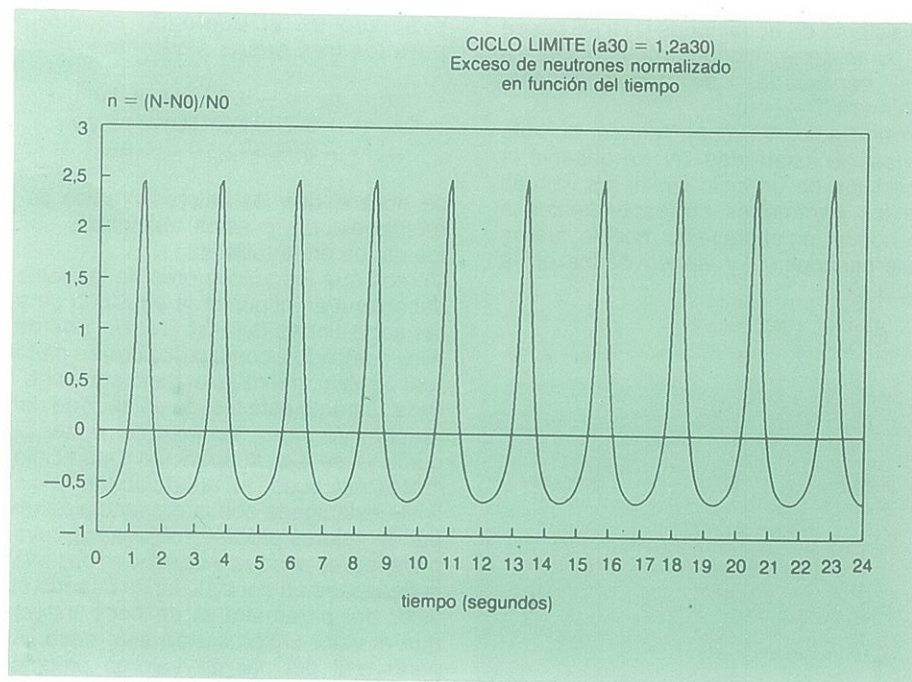
Para un mismo nivel de potencia en el reactor, una disminución del caudal del refrigerante a través del núcleo hace aumentar el valor absoluto del parámetro a_3 , con lo que el parámetro de la bifurcación a_3 puede hacerse menor que el valor crítico y entonces nos aparece el ciclo límite.

RESULTADOS

En los reactores BWR, la aparición de un ciclo límite se produce en regímenes de relativamente alta potencia en relación al flujo, cuando el caudal se hace inferior

T II			
VALORES DE a_3			
	$-3,37344 \times 10^{-3}$	$-3,70361 \times 10^{-3}$	$-3,7037 \times 10^{-3}$
μ_1	-139,966	-139,966	-139,966
μ_2	$-0,2082 \times 10^{-4} + i2,7003$	$+i2,7003$	$+0,18308 \times 10^{-4} + i2,7003$
μ_3	$-0,2082 \times 10^{-4} - i2,7003$	$-i2,7003$	$+0,18207 \times 10^{-4} - i2,7003$
μ_4	-2,518	-2,518	-2,518
μ_5	-0,0755	-0,0755	-0,755

Valores propios del Jacobiano del sistema en el punto de equilibrio para distintos valores de a_3 .



F II

a un valor determinado. Obviamente, para cada valor de la potencia del reactor cambiarán los parámetros del mismo y el valor crítico del caudal y del parámetro de bifurcación variará.

En la figura II mostramos un ejemplo de ciclo límite cuando el parámetro de bifurcación $a_3 = 1,2a_{30}$, en este caso en ordenadas hemos representado el exceso de neutrones $n(t)$ normalizado a la población de neutrones en estado estacionario, mientras que en abscisas hemos representado el tiempo.

Observamos en esta figura el típico comportamiento oscilatorio del exceso de población de neutrones normalizado $n(t)$. En estas oscilaciones, el período es de 2,4 segundos, es decir, cada 2,4 segundos se repite la misma figura sin existir amortiguamiento.

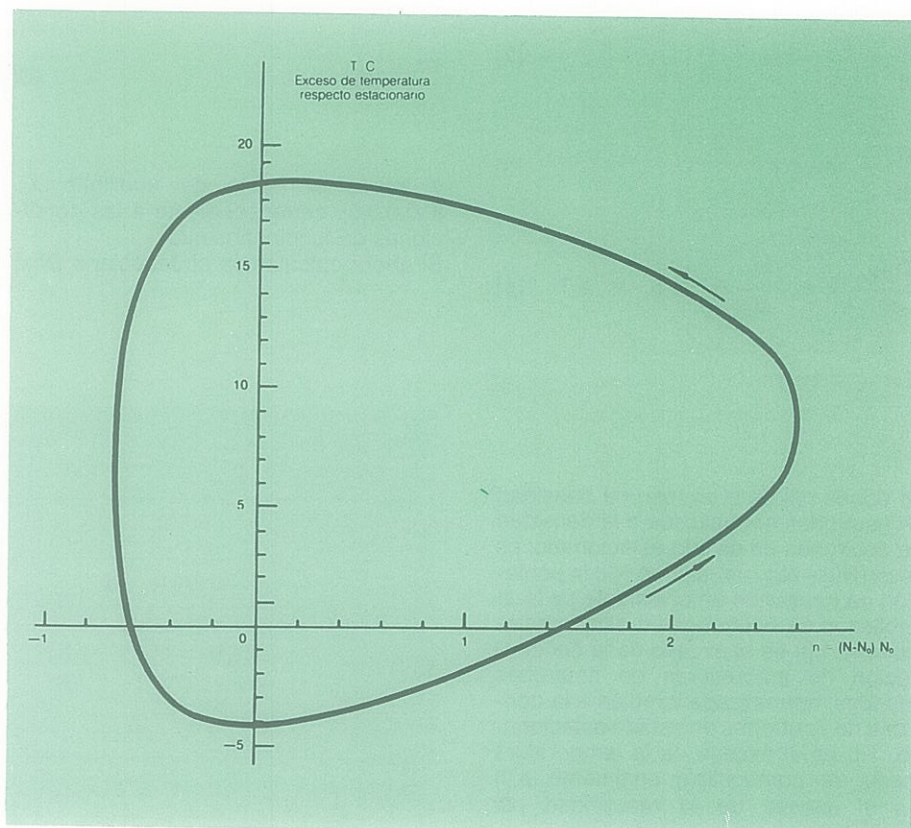
Matemáticamente, este proceso, en el cual al sobrepasar el parámetro crítico, el punto de equilibrio solución del sistema se convierte en una solución periódica que es distinta para cada valor del parámetro de bifurcación, se conoce con el nombre de bifurcación de Hopf.

En la figura III hemos representado para el ciclo límite $a_3 = 1,2a_{30}$, el exceso de temperatura respecto a la temperatura en estado estacionario en ordenadas y en abscisas n , es decir, el exceso de neutrones normalizado. Se observa que la gráfica es una curva cerrada con forma de ovoide ligeramente asimétrica. Las flechas indican el camino seguido por los puntos (n, T) a medida que transcurre el tiempo. Cada 2,4 segundos se completa una vuelta completa al ovoide en la dirección indicada.

CONCLUSIONES

En este trabajo hemos mostrado cómo y por qué se desarrollan las inestabilidades

F III Exceso de temperatura en función del exceso de neutrones normalizado, para el ciclo límite $a_3 = 1,2 a_{30}$.



en un reactor BWR. Habiendo visto en un modelo simplificado que dichas inestabilidades aparecen porque se supera el valor crítico del parámetro correspondiente a una bifurcación de Hopf, que da origen a la aparición de un ciclo límite.

REFERENCIAS

- (1) J. MARCH LEUBA, D. G. CACUCCI, R. B. PEREZ. *Nucl. Sci. Eng.* 93, 111-123 (1986).
- (2) J. MARCH LEUBA, D. G. CACUCCI, R. B. PEREZ. *Nucl. Sci. Eng.* 93, 124-136 (1986).
- (3) G. VERDU, P. JIMENEZ, J. PEÑA. "Noise and Non Linear Phenomena in Nuclear Systems". NATO ASI SERIES, vol. 192. Plenum New York (1989).
- (4) B. S. SHIRALKAR. "Heat Transfer and Fluid Flow in Nuclear Systems". Ed. Pergamon Press. New York (1981).
- (5) D. B. HASSARD. "Theory and Application of Hopf bifurcation". Cambridge University Press (1981).
- (6) H. WARD, C. LEE. *Nucl. Sci. and Eng.* 97, 190 (1987).
- (7) J. C. LEE, A. ONYEMAECHI. "Noise and Non Linear Phenomena in Nuclear Systems". NATO ASI SERIES, vol. 1989. Plenum New York.